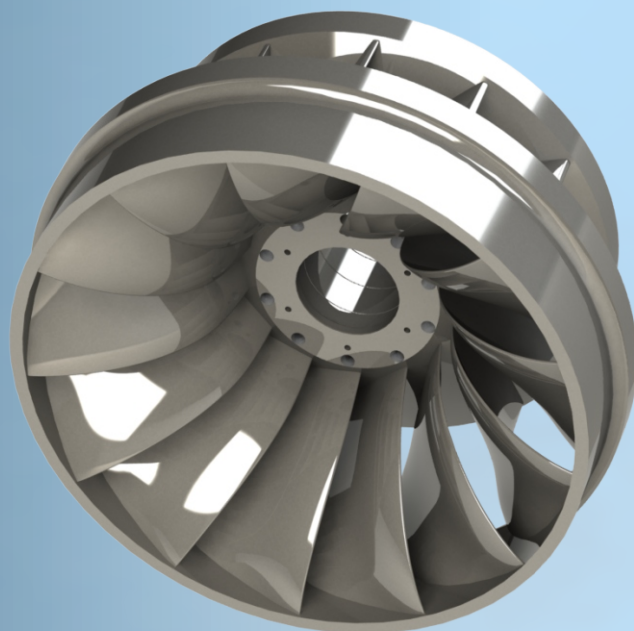


Turbomáquinas hidráulicas



 CFD SIMULATION GROUP
UNIVERSITY OF VIGO

Concepción Paz Penín
Eduardo Suárez Porto
Miguel Concheiro Castiñeira
Marcos Conde Fontenla

TURBOMÁQUINAS HIDRÁULICAS

Concepción Paz Penín

Eduardo Suárez Porto

Miguel Concheiro Castiñeira

Marcos Conde Fontenla

Universidade de Vigo

Servizo de Publicacións

2019

MONOGRAFÍAS DA UNIVERSIDADE DE VIGO. TECNOLOXÍA E CIENCIAS
EXPERIMENTAIS, Nº 28

Edición
Servizo de Publicacións da Universidade de Vigo
Edificio da Biblioteca Central
Campus de Vigo
36310 Vigo

© Servizo de Publicacións da Universidade de Vigo, 2019
© Concepción Paz Penín, Eduardo Suárez Porto, Miguel Concheiro Castiñeira, Marcos Conde
Fontenla

ISBN: 978-84-8158-808-8
D.L.: VG 307-2019

Impresión: Tórculo Comunicación Gráfica, S.A.

Reservados todos os dereitos. Nin a totalidade nin parte deste libro pode reproducirse ou transmitirse por ningún procedemento electrónico ou mecánico, incluídos fotocopia, gravación magnética ou calquera almacenamento de información e sistema de recuperación, sen o permiso escrito do Servizo de Publicacións da Universidade de Vigo.

Prólogo

Este libro explica los fundamentos de las Turbomáquinas Hidráulicas empleando imágenes, esquemas y fotografías de elementos y dispositivos reales, alejándose de las simplificaciones excesivas e idealizaciones, por lo que la obra es de interés para cualquier profesional que quiera analizar con rigor el comportamiento de estos dispositivos, y con extensión suficiente como para poder profundizar en el conocimiento de componentes singulares.

Por otra parte, se pretende que este libro sirva como referencia a las materias relacionadas con las Turbomáquinas Hidráulicas, que se imparten en titulaciones técnicas como Ingeniería de Minas y Energía, Ingeniería Industrial o Aeroespacial, si bien, los contenidos que en él se recogen son impartidos en todas las titulaciones de carácter tecnológico-industrial. Es necesario tener en cuenta que la literatura previa existente en este campo es escasa, para temas concretos incluso es necesario acudir a información técnica de fabricantes, no es reciente, y además se encuentra muy diseminada. Los autores, profesores desde hace varios años en esta disciplina, consideran importante la recopilación y actualización de estos contenidos en una monografía de referencia unificada.

Se han tenido en cuenta tres aspectos para la realización de esta monografía:

- Conducir al lector al conocimiento de los principios de funcionamiento de las Turbomáquinas Hidráulicas, teniendo en cuenta que están fuertemente basados en conocimientos previos de carácter más básico, como la Mecánica de Fluidos y requieren del manejo de herramientas matemáticas.
- Desarrollar una comprensión intuitiva mediante la inclusión de contenidos de carácter más descriptivo, para lo que esta monografía dispone de mucha ayuda visual, fundamental en el caso de turbomáquinas para la visión espacial del problema: numerosos gráficos, imágenes y diagramas conceptuales en todos los capítulos.

- Buscar un enfoque eminentemente práctico, eligiendo aplicaciones realistas del concepto explicado. Se añaden así ejemplos en cada sección que aclaran y profundizan en las definiciones, y una colección de problemas conceptuales, de selección y de diseño, resueltos.

Nomenclatura

a	Apertura del distribuidor	$[m]$
b	Ancho	$[m]$
c	Velocidad absoluta del fluido	$[ms^{-1}]$
D, d	Diámetro	$[m]$
e_z	Factor de disminución trabajo	$[-]$
E	Energía específica	$[m^2 s^{-2}]$
F, f	Fuerza	$[kg m s^{-2}]$
g	Aceleración de la gravedad	$[ms^{-2}]$
G	Gasto másico	$[kg s^{-1}]$
H	Altura (efectiva-bomba/neta-turbina)	$[m]$
\vec{i}	Vector director dirección X	$[-]$
\vec{j}	Vector director dirección Y	$[-]$
\vec{k}	Vector director dirección Z	$[-]$
k	Coefficiente de velocidad	$[-]$
l	Línea de corriente	$[-]$
M	Par	$[kg m^2 s^{-2}]$
Ma	Número de Mach	$[-]$
n	Velocidad de giro	$[s^{-1}]$

\vec{n}	Vector normal	$[-]$
p	Presión	$[kg\,m^{-1}\,s^{-2}]$
P	Potencia	$[kg\,m^2\,s^{-3}]$
Q	Caudal volumétrico	$[m^3\,s^{-1}]$
r	Radio	$[m]$
R	Fuerza resultante	$[kg\,m\,s^{-2}]$
Re	Número de Reynolds	$[-]$
S	Superficie	$[m^2]$
t	Tiempo	$[s]$
u	Velocidad periférica	$[m\,s^{-1}]$
U	Potencial de las fuerzas másicas	$[m^2\,s^{-2}]$
v	Velocidad	$[m\,s^{-1}]$
V	Volumen	$[m^3]$
w	Velocidad relativa	$[m\,s^{-1}]$
x	Grado de apertura del inyector	$[-]$
y	Distancia entre álabes	$[m]$
z	Altura geodésica, número de álabes	$[m]$

Símbolos griegos

α	Ángulo de la corriente absoluta	$[-]$
β	Ángulo de la corriente relativa	$[-]$
θ	Ángulo de desviación	$[-]$
ρ	Densidad	$[kg\,m^{-3}]$
φ	Ángulo de giro de los álabes	$[-]$
Φ_v	Disipación viscosa	$[kg\,m^2\,s^{-3}]$

ϕ	Diámetro	[m]
κ	Coefficiente de compresibilidad	[-]
η	Rendimiento	[-]
μ	Viscosidad	[kg m ⁻¹ s ⁻¹]
λ	Relación de escala	[-]
σ	Grado de reacción	[-]
τ	Esfuerzos	[kg m s ⁻²]
τ'	Esfuerzos viscosos	[kg m s ⁻²]
ϑ	Relación de cubo	[-]
ω, Ω	Velocidad angular	[s ⁻¹]

Subíndices

a	Accionamiento, atmosférica
e	Externo
E	Entrada
h	Hidráulico
i	Interno
m	Mecánico, modelo, meridional
N	Nominal
p	Prototipo
r	Radial, pérdidas
S	Salida
t	Teórico
u	Tangencial
v	Volumétrico

x	Axial
1	Entrada rodete
2	Salida rodete
11	Valor reducido o unitario
φ	Componente tangencial
∞	Infinitos álabes, teoría unidimensional

Acrónimos

CV	Caballo de Vapor
mca	Metro Columna de Agua
MDP	Máquina de Desplazamiento Positivo
MH	Máquina Hidráulica
PDP	Principio de Desplazamiento Positivo
rpm	Revolución Por Minuto
rps	Radian Por Segundo
TF	Turbina Francis
TM	Turbomáquina
TMM	Turbomáquina Motora
TMG	Turbomáquina Generadora

Índice

Nomenclatura	5
1 Máquinas de fluido	21
1.1 Concepto y definición	21
1.2 Clasificación	21
1.2.1 Según las variaciones de densidad del fluido	22
1.2.2 Según el principio de funcionamiento	23
1.2.3 Según el sentido del flujo de energía	24
1.2.4 Otras máquinas de fluido	25
1.3 Elementos característicos de las máquinas de fluido	26
2 Turbomáquinas hidráulicas: principios generales	29
2.1 Definición. Introducción al estudio teórico de las turbomáquinas .	29
2.2 Clasificación	30
2.3 Componentes de la velocidad. Triángulo de velocidades	32
2.4 Flujo en las turbomáquinas	36
2.4.1 Flujo radial	37
2.4.2 Flujo axial	38
2.4.3 Flujo diagonal, semiaxial o mixto	40
2.4.4 Flujo tangencial	40
2.4.5 Flujo cruzado	40

2.5	Teoría general de las turbomáquinas hidráulicas	42
2.5.1	Acción del fluido sobre los álabes	42
2.5.1.1	Álabe fijo	42
2.5.1.2	Álabe móvil	45
2.5.1.3	Rueda de álabes	47
2.5.2	Ecuación de Euler	49
2.5.3	Ecuación de Bernoulli para el movimiento relativo	57
2.5.4	Grado de reacción	59
2.6	Teoría ideal unidimensional de turbomáquinas hidráulicas	61
2.6.1	Teoría ideal unidimensional para turbomáquinas radiales	62
2.6.2	Teoría ideal unidimensional de turbomáquinas axiales	63
2.6.3	Notas a la teoría unidimensional	65
2.6.3.1	Paradoja de la teoría unidimensional	66
2.7	Movimiento bidimensional en turbomáquinas hidráulicas	66
2.7.1	Teoría ideal bidimensional de turbobombas radiales	66
2.7.2	Ecuaciones del movimiento relativo bidimensional	67
2.7.3	Corrección de la teoría ideal	69
2.7.4	Cascada de álabes móviles	72
2.8	Alturas, caudales, potencias, pérdidas y rendimientos	76
2.8.1	Límites de entrada y salida de la máquina	76
2.8.2	Alturas	77
2.8.2.1	Alturas en turbinas	77
2.8.2.2	Alturas en bombas	78
2.8.3	Clasificación de las pérdidas y rendimientos	80
2.8.4	Potencias	83
2.8.4.1	Turbinas	83
2.8.4.2	Bombas	84
2.8.5	Rendimientos	85

2.8.5.1	Rendimientos en turbinas hidráulicas	85
2.8.5.2	Rendimientos en turbobombas	87
2.9	Leyes de funcionamiento	87
2.9.1	Leyes de semejanza de las turbinas	90
2.9.2	Leyes de semejanza de las bombas	92
2.9.3	Leyes de semejanza de los ventiladores	93
2.9.4	Velocidad específica	95
2.9.5	Expresiones empíricas para la estimación del rendimiento real	100
3	Turbobombas	103
3.1	Características generales. Elementos constitutivos de una turbobomba	103
3.2	Clasificación	104
3.2.1	Según dirección de flujo	105
3.2.2	Según aspiración	105
3.2.3	Según construcción del rodete y tipo de álabes	107
3.2.4	Según sistema difusor	108
3.2.5	Otros criterios	108
3.3	Comparativa entre bombas rotodinámicas y bombas de desplazamiento positivo	109
3.4	Ecuación de Euler para turbobombas. Análisis según componentes energéticas	111
3.4.1	Influencia del ángulo β_1	113
3.5	Turbobombas radiales	114
3.5.1	Curva característica ideal. Influencia del ángulo β_2 . Curva característica real	114
3.5.2	Ensayo elemental y ensayo completo de una turbobomba radial	117
3.6	Turbobombas axiales y diagonales	119
3.7	Funcionamiento de una bomba en una instalación	126
3.7.1	Diagramas de transformación de energía y de pérdidas . . .	126

3.7.2	Punto de funcionamiento y regulación de una bomba	127
3.7.3	Acoplamiento de bombas	129
3.7.3.1	Acoplamiento en paralelo	129
3.7.3.2	Acoplamiento en serie	131
3.8	Transitorios y anomalías en el funcionamiento	132
3.8.1	Cebado de la bomba	132
3.8.2	Altura neta de succión. Cavitación en bombas	133
3.8.3	Golpe de ariete	140
4	Turbinas	145
4.1	Clasificación	145
4.1.1	Según dirección del flujo	145
4.1.2	Según disposición del eje	147
4.1.3	Según velocidad específica	147
4.1.4	Según la transformación de energía	147
4.2	Análisis de la ecuación de Euler para turbinas hidráulicas	147
4.3	Turbinas de acción	149
4.3.1	Elementos constitutivos de las turbinas Pelton	149
4.3.2	Estudio unidimensional de las turbinas Pelton	150
4.3.3	Balance energético. Pérdidas interiores	156
4.3.4	Regulación de caudal en turbinas Pelton	157
4.3.5	Curvas Características	157
4.3.6	Funcionamiento anómalo	159
4.3.6.1	Embalamiento	159
4.3.6.2	Golpe de ariete	160
4.4	Turbinas de reacción	160
4.4.1	Elementos constitutivos	162
4.4.2	Turbinas Francis	164

4.4.3	Turbinas Kaplan	167
4.4.4	Balance energético. Pérdidas interiores	170
4.4.5	Regulación de caudal en turbinas de reacción	171
4.4.6	Curvas características	172
4.4.6.1	Diagrama universal de curvas características de un tipo de turbina hidráulica	174
4.4.7	Funcionamiento anómalo	175
4.4.7.1	Cavitación en turbinas	175
4.4.7.2	Golpe de ariete	179
4.5	Criterios de selección	180
5	Centrales hidráulicas	183
5.1	Introducción	183
5.1.1	Ubicación de la central	184
5.2	Clasificación y tipos	184
5.3	Elementos singulares	188
5.3.1	Embalse	188
5.3.2	Presa	189
5.3.3	Aliviaderos	194
5.3.4	Conducciones de agua	195
5.4	Dispositivos accesorios	199
6	Problemas	203
	Bibliografía	236

Índice de Figuras

1.1	Distintos tipos de máquinas de fluido.	22
1.2	Principio de desplazamiento positivo.	23
1.3	Conservación momento cinético.	24
1.4	Clasificación de las máquinas de fluido.	25
1.5	Ejemplos de máquinas de fluido hidráulicas.	27
1.6	Elementos constitutivos fundamentales de las máquinas de fluidos. a) Turbina de acción, b) Bomba centrífuga, c) Bomba de paletas, d) Turbina de reacción, e) Bomba alternativa, f) Bomba de engranajes.	28
2.1	Clasificación de las Máquinas Hidráulicas.	30
2.2	a) Trayectoria relativa (punteada) y trayectoria absoluta. b) Trián- gulo de velocidades.	32
2.3	Superficie de corriente de una turbomáquina diagonal convergente, y componentes de la velocidad.	34
2.4	Superficie de corriente de una turbomáquina diagonal divergente, y componentes de la velocidad.	35
2.5	Triángulo de velocidades y componentes de la velocidad absoluta. .	36
2.6	Clasificación según la dirección del flujo en el rodete. a) Máquina radial. b) Máquina diagonal. c) Máquina axial. d) Máquina tan- gencial. e) Flujo cruzado.	37
2.7	Flujo radial.	38
2.8	Flujo axial.	39

2.9	Flujo diagonal.	40
2.10	Flujo tangencial.	41
2.11	Turbina Michell-Banki.	41
2.12	Chorro incidente sobre un álabe fijo.	43
2.13	Chorro incidente sobre un álabe móvil.	46
2.14	Triángulos de velocidades álabe móvil. a) Entrada. b) Salida.	46
2.15	Esquema de un rodete de una turbina de acción.	48
2.16	Esquema de una turbina de admisión total.	49
2.17	Volumen de control delimitado por dos álabes para una turbomáquina genérica, y triángulos de velocidades en la entrada y salida.	51
2.18	(a) Triángulos de velocidades para un rodete radial. (b) Componentes del triángulo de velocidades para flujo radial.	55
2.19	Línea de corriente relativa en un rodete centrífugo en régimen estacionario.	59
2.20	Rotor unidimensional.	62
2.21	Distribución de velocidades. Teoría unidimensional.	63
2.22	Desarrollo cilíndrico de la sección media.	64
2.23	Rotor bidimensional.	67
2.24	Vectores característicos de la línea de corriente en un álabe radial.	68
2.25	Descomposición del movimiento relativo del fluido girando en una turbomáquina radial.	70
2.26	Momento estático de la línea media.	71
2.27	Desarrollo cilíndrico de un rodete de bomba axial.	72
2.28	Cascada de álabes móviles.	73
2.29	Secciones de entrada y salida en una instalación de bombeo.	76
2.30	Diagrama de pérdidas. Turbinas.	78
2.31	Diagrama de pérdidas. Bombas.	79
2.32	Definición de caudales. (a) Turbinas hidráulicas. (b) Turbobombas.	81
2.33	Diagrama de flujo de potencia en turbinas hidráulicas.	84

2.34	Diagrama de flujo de potencia en turbobombas.	85
2.35	Velocidad específica y triangulo de velocidades a la entrada de los principales tipos de turbinas.	96
2.36	Velocidad específica y forma del rodete según la velocidad en turbobombas.	98
2.37	Rango de utilización de las turbinas hidráulicas.	99
3.1	Elementos de una bomba rotodinámica.	105
3.2	Tipos de rodete según la dirección del flujo. a) Rodete axial. b) Rodete diagonal o mixto. c) Rodete radial.	106
3.3	Clasificación según aspiración. a) Rodete de simple aspiración. b) Rodete de doble aspiración.	107
3.4	Bombas diagonales: a) Tipo Francis. b) Helicocentrífuga.	107
3.5	Rodetes: a) Abierto. b) Semiabierto c) Cerrado.	108
3.6	Curvas características $p-Q$. a) Bomba volumétrica. b) Turbobomba centrífuga.	110
3.7	Dimensiones de un rodete radial.	112
3.8	Influencia del ángulo β_1 en bombas centrífugas.	113
3.9	Prerrotación del flujo a la entrada. a) Prerrotación negativa. b) Sin prerrotación. c) Prerrotación positiva.	114
3.10	Variación del ángulo de salida del rodete. a) Álabes curvados hacia atrás $\beta_2 < 90^\circ$ b) Álabes salida radial $\beta_2 = 90^\circ$ c) Álabes curvados hacia adelante $\beta_2 > 90^\circ$	115
3.11	Triángulos de velocidad. Bomba centrífuga radial.	116
3.12	Característica H-Q ideal para diferentes curvaturas de álabes.	117
3.13	Característica H-Q teórica y curvas de pérdidas de una bomba radial.	118
3.14	Ensayo elemental de una bomba centrífuga a n constante.	119
3.15	Ensayo completo de una bomba centrífuga.	120
3.16	Esquema y triángulos de velocidades de una bomba axial.	121
3.17	Curva característica bomba axial.	123
3.18	Curva característica de una bomba diagonal.	125

3.19	Diagrama de transformación de energía. Instalación de bombeo. . .	126
3.20	Curvas de la instalación al variar k_v de la válvula de impulsión. . .	128
3.21	Acoplamiento de bombas en paralelo. Superior: dos bombas iguales. Inferior: diferentes bombas.	130
3.22	Acoplamiento de bombas en serie.	132
3.23	Diagrama termodinámico de fases.	134
3.24	Resultado de la cavitación sobre un rodete.	135
3.25	Altura de aspiración de una bomba.	136
4.1	Detalle de rodets de turbinas: a)Pelton. b)Francis. c)Kaplan. . .	146
4.2	Influencia del ángulo α_1 en turbinas centrípetas.	148
4.3	Elementos constitutivos de una turbina Pelton.	151
4.4	Teoría unidimensional simplificada.	152
4.5	Potencia y par de una turbina Pelton en función de la velocidad tangencial.	154
4.6	Diagrama de transformación de energía en turbina Pelton.	156
4.7	Regulación de caudal y desplazamiento de la aguja del inyector. . .	157
4.8	Curvas características para una turbina Pelton.	159
4.9	Prevención del embalamiento con deflector.	159
4.10	Dimensiones características de un rodete Francis.	161
4.11	Cámara espiral para una turbina de admisión total.	162
4.12	Esquema de turbina Francis.	164
4.13	Esquema de turbina Kaplan.	168
4.14	Rendimiento hidráulico frente a velocidad de giro para una turbina de reacción.	174
4.15	Caudal frente a velocidad de giro para diferentes turbinas.	174
4.16	Diagrama universal principal de una turbina Francis.	176
4.17	Colina de rendimiento. Turbina Francis.	176
4.18	Línea media de la corriente en una turbina.	177

4.19 Cuadro comparativo para la selección de turbinas donde se muestra: Altura del salto, Caudal y potencia de la máquina.	180
5.1 Curvas de nivel analizadas para implantación de una presa.	185
5.2 Central hidráulica de agua fluyente (a), y de agua embalsada (b).	187
5.3 Central hidráulica de bombeo. Esquema.	187
5.4 Elementos principales de una central hidráulica.	189
5.5 Capacidad de un embalse.	189
5.6 Detalle de las esfuerzos sobre una presa de gravedad.	190
5.7 Detalles del perfil de una presa de contrafuertes.	191
5.8 Detalle de la presa con contrafuertes, presa de Roselend, Francia.	191
5.9 Detalle de una presa de arco.	191
5.10 Detalle de las esfuerzos sobre una presa de arco.	192
5.11 Detalle del perfil de una presa de bóveda.	193
5.12 Detalle de una presa de materiales incoherentes.	193
5.13 Detalle del perfil de una presa de material incoherente.	194
5.14 Detalle de la presa de arco-gravedad en la central Hoover, rio Colorado, EEUU.	195
5.15 Dientes de Rehbock. Destruidores de energía del agua.	195
5.16 Disposición de diferentes tipos de aliviaderos.	196
5.17 Detalle de tuberías forzadas.	197
5.18 Ubicación de la chimenea de equilibrio.	198
5.19 Distintas configuraciones posibles de una central hidráulica. 1- Presa, 2-Canal de derivación, 3-Depósito de carga, 4-Tubería forzada, 5-Sala de máquinas, 6-Canal de desagüe.	198
5.20 Diferentes ubicaciones de compuertas.	199
5.21 Detalle de desagüe de fondo.	200
5.22 Esquema de una escala de peces.	201
6.1 Dimensiones características del rodete.	204

6.2	Bomba radial considerada.	208
6.3	Sección meridional y transversal de una turbina Kaplan.	214
6.4	Triángulos de velocidades de entrada y salida a una distancia r	215
6.5	Componente axial de la velocidad en las secciones 1 y 2.	215
6.6	Desarrollo cilíndrico de los álabes.	217
6.7	Sección radial de la turbina mostrando la velocidad de salida de la corona directriz $c_{1'}$ y sus proyecciones en la componente radial $c_{1'r}$ y periférica $c_{1'u}$	218
6.8	Selección de la turbina en función de la velocidad específica.	220
6.9	Secciones E y S para la turbina.	225
6.10	Dimensiones lineales y angulares de la turbina.	226
6.11	Triángulos de velocidades.	227
6.12	Volumen de control genérico de una máquina de fluido.	231

Capítulo 1

Máquinas de fluido

1.1 Concepto y definición

Una *máquina* es un dispositivo transformador de energía. Recibe una energía de una cierta clase y entrega en la salida otro tipo de energía.

Se dice que una máquina es una *máquina de fluido* si recibe o entrega energía de o a un fluido, respectivamente. A este tipo de máquinas pertenecen mecanismos tan separados en el tiempo y de características tan dispares como por ejemplo, el *tornillo de Arquímedes* y un aerogenerador tripala representados de forma esquemática en la figura 1.1. El primero, cuya invención se atribuye a Arquímedes de Alejandría (287 – 212 a.C.) fue utilizado para el bombeo de agua en las minas y para el riego en la antigua Roma y Egipto. El diámetro del rotor de un moderno *aerogenerador* de 4.5MW puede rondar los 130m, (figura 1.1).

1.2 Clasificación

Como ya se ha dicho, las máquinas de fluido comprenden un amplio grupo de dispositivos, por lo que existen diversos criterios para su clasificación, [10]. Es comúnmente aceptado que los criterios más relevantes que dividen a las máquinas de fluido en grupos diferenciados tanto para su estudio como constructivamente, son:

- *las variaciones de densidad del fluido.*

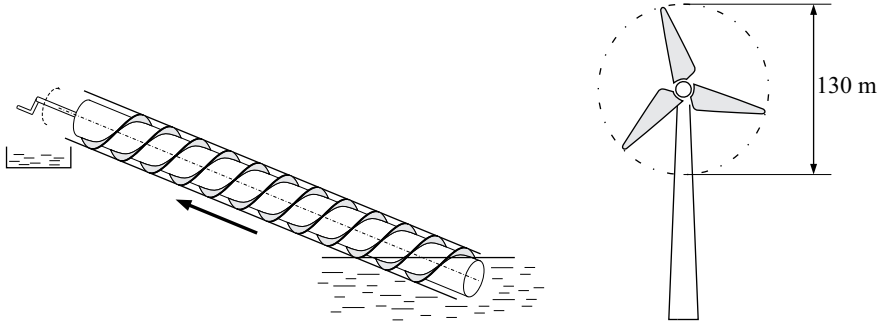


Figura 1.1: Distintos tipos de máquinas de fluido.

- *el principio de funcionamiento.*
- *el sentido del flujo de energía.*

1.2.1 Según las variaciones de densidad del fluido

La clasificación primaria de las máquinas de fluido atiende a las variaciones de densidad del fluido en la máquina, criterio según el cual se separan en *máquinas hidráulicas* y *máquinas térmicas* [12,20].

- *Máquinas hidráulicas* son aquellas en las que la densidad del fluido no varía de forma apreciable a su paso a través de la máquina, y por tanto, en su diseño y estudio puede suponerse que la densidad del fluido es constante, siendo válida la hipótesis de incompresibilidad¹. Bombas, ventiladores, turbinas hidráulicas, cilindros y motores hidráulicos pertenecen este grupo [12].
- *Máquinas térmicas* son aquellas en las que el fluido en su paso a través de la máquina varía sensiblemente su densidad. Turbinas de gas, turbinas de vapor, motores de combustión interna alternativos, soplantes y compresores² forman parte del grupo de las máquinas térmicas [8].

De la definición del coeficiente de compresibilidad κ de un fluido:

$$\kappa = -\frac{1}{V} \frac{dV}{dp} = \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dp} \implies d\rho = \rho \kappa dp \quad (1.1)$$

¹Recuérdese que los fenómenos de *compresibilidad* (o cambios significativos de densidad debidos al flujo) deben tenerse en cuenta cuando el número de Mach alcanza valores superiores a 0.3.

²Habitualmente, se considera soplante cuando $0.3 < Ma < 0.7$ y compresor para valores de Ma superiores a 0.7.

se deduce que las variaciones de densidad en la máquina dependen de la densidad y compresibilidad del fluido y de las diferencias de presión. La definición anterior explica la clasificación del compresor como *máquina térmica* y la del ventilador como *máquina hidráulica* aún cuando ambas son máquinas de fluido que operan con aire.

1.2.2 Según el principio de funcionamiento

Considerando su principio de funcionamiento, las máquinas de fluido se clasifican en *máquinas de desplazamiento positivo*, *turbomáquinas* y *máquinas gravimétricas*.

- Las *Máquinas de Desplazamiento Positivo*, también llamadas *Máquinas Volumétricas* basan su funcionamiento en el *Principio de Desplazamiento Positivo (PDP)*, según el cual, la variación de volumen de una cámara en la que se confina al fluido, produce el movimiento del mismo. En lo que sigue, utilizaremos las siglas MDP para referirnos a ellas. La inmersión de un sólido en un recipiente con líquido y la utilización de una jeringuilla (figura 1.2) son ejemplos cotidianos de aplicación de este principio.

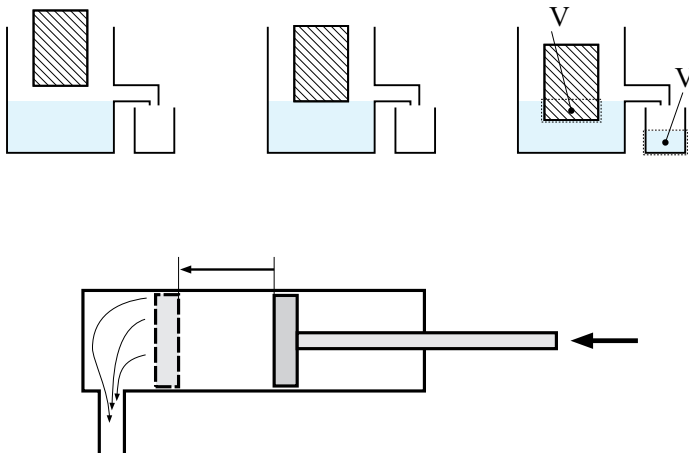


Figura 1.2: Principio de desplazamiento positivo.

- Las *Turbomáquinas* (abreviadamente, TM) basan su funcionamiento en el teorema de conservación del momento cinético o ecuación de Euler de las turbomáquinas. El fluido, a su paso por los conductos de un órgano que rota, denominado rotor o rodete, varía su momento cinético (figura 1.3).

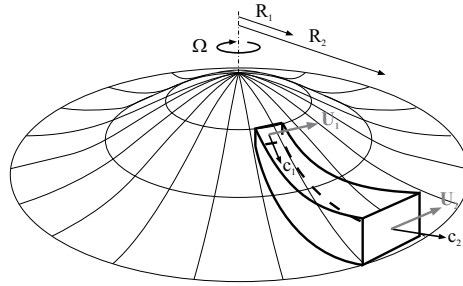


Figura 1.3: Conservación momento cinético.

- En las *Máquinas gravimétricas* el intercambio de energía entre máquina y fluido se realiza en forma de energía potencial gravitatoria. Ejemplos de máquinas gravimétricas son el tornillo de Arquímedes, la noria y la rueda hidráulica. Por motivos obvios, todas ellas son máquinas hidráulicas, no existiendo sus homólogos como máquinas térmicas.

1.2.3 Según el sentido del flujo de energía

En función del *sentido del flujo de energía*, las máquinas de fluido pueden ser *generadoras o motoras*.

- Las *Máquinas generadoras* absorben energía mecánica y, de forma más o menos eficiente, se la entregan al fluido que las atraviesa. A este grupo pertenecen bombas, ventiladores, soplantes y compresores.
- Las *Máquinas motoras* son máquinas que extraen la energía del fluido y entregan energía mecánica. Máquinas motoras son los cilindros hidráulicos y neumáticos, motores, turbinas y aerogeneradores.

Atendiendo a estos tres criterios, la figura 1.4 muestra la clasificación de las máquinas de fluidos recuadrando las máquinas objeto de esta monografía.

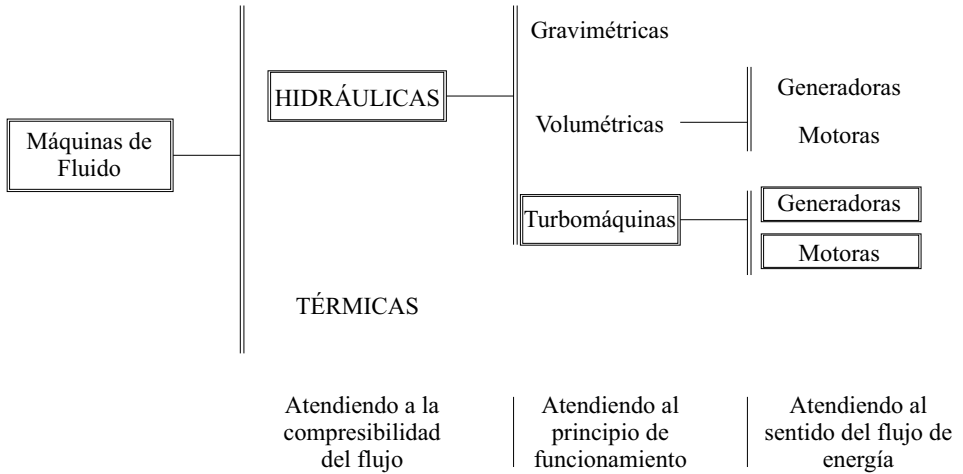


Figura 1.4: Clasificación de las máquinas de fluido.

1.2.4 Otras máquinas de fluido

Las máquinas de fluido pueden estar constituidas por más de un elemento simple (motor y/o generador), de alguno de los grupos descritos en la sección precedente.

- Se denominan *máquinas de múltiples escalonamientos o multietapa* [9, 12] a aquellas que presentan más de un elemento simple del mismo tipo (motor o generador) dispuestos en serie en un mismo eje, con la finalidad de aumentar la altura útil con el mismo caudal.
- Las *máquinas compuestas* están formadas por un elemento motor y uno generador. Se emplean para transmitir potencia entre dos ejes con un fluido como intermediario. Dentro de esta categoría se encuentran los turbocompresores [8] y las transmisiones hidráulicas. Estas últimas, a su vez, son de dos tipos: si ambos elementos, generador y motor, son máquinas volumétricas, constituyen una *transmisión hidrostática*; mientras que si ambos son turbomáquinas, el conjunto se denomina *transmisión hidrodinámica* [1].
- A las máquinas de fluido que pueden funcionar, ora como generador, ora como motor, se les denomina *reversibles*. Las máquinas de desplazamiento positivo son, casi todas, reversibles. Por el contrario, una turbomáquina que presente buen rendimiento en ambas condiciones de funcionamiento requiere de un cuidadoso diseño. Estas son utilizadas desde mediados del siglo XX en las centrales de acumulación por bombeo, para el bombeo entre dos embalses

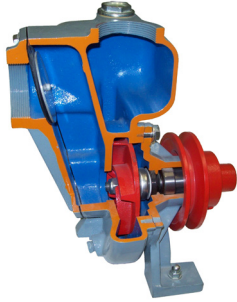
situados a diferentes niveles en los períodos de baja demanda energética. En horas punta, pueden funcionar como turbina utilizando la energía potencial previamente almacenada.

Otros criterios más específicos que suelen emplearse en la clasificación de las máquinas de fluido son: según la inclinación del eje, según la velocidad específica, según el tipo de fluido, etc.

A modo de presentación se muestran ejemplos de máquinas de fluido hidráulicas en la figura 1.5.

1.3 Elementos característicos de las máquinas de fluido

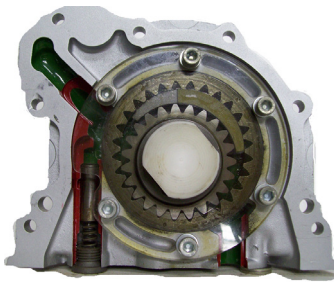
Los diferentes tipos de máquinas presentadas tienen elementos constructivos singulares, que deben ser analizados de manera pormenorizada. Las características de las turbobombas se detallan en la sección 3.1, y para el caso de las turbinas se estudian por separado las turbinas de acción, véase apartado 4.3.1, y las de reacción, apartado 4.4.1. No obstante, para poder tener una idea previa de los componentes más importantes en el funcionamiento de las máquinas de fluidos, se muestran en la figura 1.6 los más reseñables.



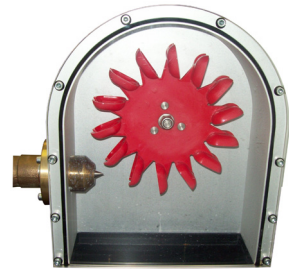
(a) Corte de una turbobomba radial (turbomáquina generadora de flujo radial).



(b) Rodete de turbomáquina generadora (de flujo axial).



(c) Corte de una bomba de engranajes internos (máquina de desplazamiento positivo generadora/motora).



(d) Turbina Pelton (turbomáquina motora de acción, flujo circunferencial y admisión parcial).



(e) Cilindro de simple efecto (máquina de desplazamiento positivo motora alternativa).



(f) Barrilete de una bomba de émbolos múltiples (máquina de desplazamiento positivo generadora alternativa).

Figura 1.5: Ejemplos de máquinas de fluido hidráulicas.

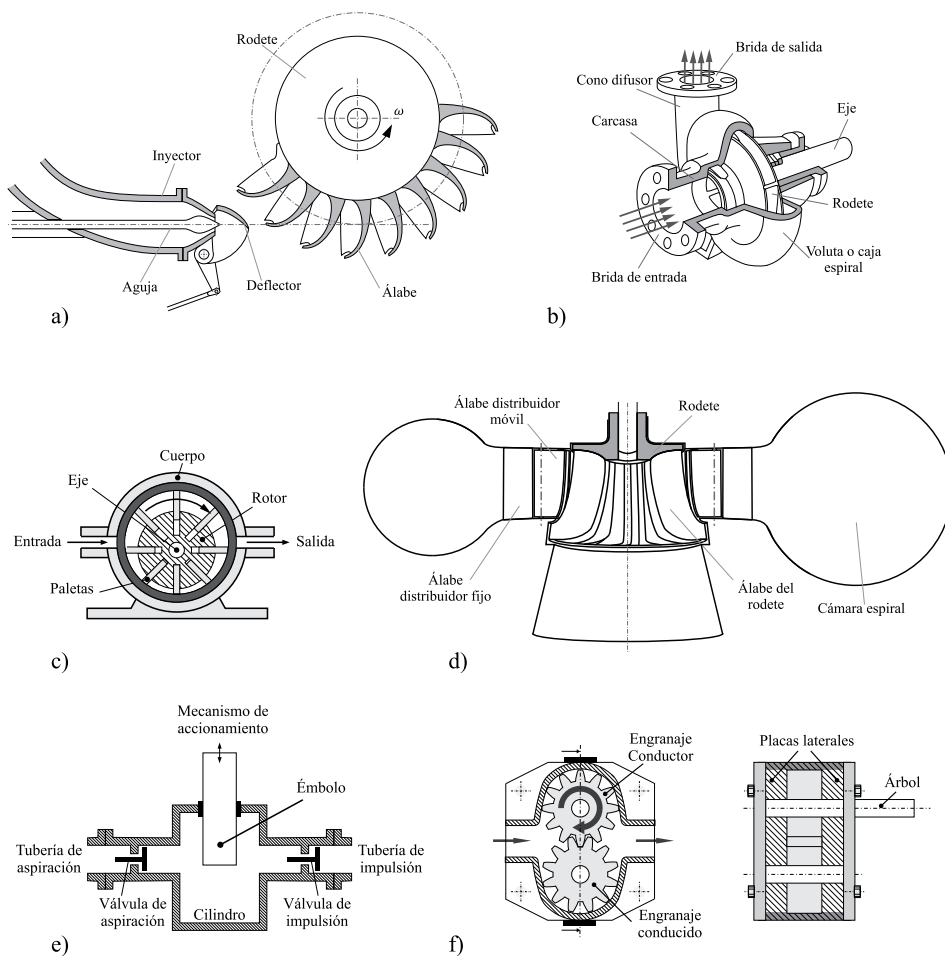


Figura 1.6: Elementos constitutivos fundamentales de las máquinas de fluidos. a) Turbina de acción, b) Bomba centrífuga, c) Bomba de paletas, d) Turbina de reacción, e) Bomba alternativa, f) Bomba de engranajes.

Capítulo 2

Turbomáquinas hidráulicas: principios generales

2.1 Definición. Introducción al estudio teórico de las turbomáquinas

Las turbomáquinas hidráulicas son aquellas máquinas de fluido cuyo principio de funcionamiento responde a la variación de momento cinético del fluido a su paso por los conductos de un órgano denominado rotor, dotado de álabes o paletas.

De la definición dada, se puede extraer que el rotor o rodete es el órgano en el que máquina y fluido intercambian energía, constituyendo así la parte fundamental de la turbomáquina. El resto de los conductos que el fluido atraviesa en el interior de la máquina son canales fijos, en los que no se produce intercambio de energía, que bien actúan como conductores o guías, o bien transforman un tipo de energía en otro, a fin de disminuir pérdidas en las conducciones. El estudio teórico del flujo fluido en dichos canales fijos y móviles ha de hacerse atendiendo a las leyes de la Mecánica de Fluidos. En los conductos fijos, el movimiento puede considerarse permanente y para su estudio se toma la ecuación de la energía mecánica para flujos incompresibles. En el rotor, es el flujo relativo el que, sometido a rotación uniforme con respecto a un sistema de referencia fijo a tierra, se supone estacionario. En los conductos del rotor, el fluido ejerce una fuerza resultante sobre los álabes que se puede calcular por aplicación de la ecuación de conservación de cantidad de movimiento al volumen de control definido por el volumen de fluido contenido en

el rotor. El par en el eje de la resultante de dicha fuerza se determina con ayuda de teorema de conservación de momento cinético, resultando la expresión conocida como Ecuación de Euler, la cual proporciona la energía intercambiada en la máquina. Por ello, una definición de turbomáquina análoga a la dada al comienzo de esta sección sería: *aquella máquina de fluido cuyo principio de funcionamiento se basa en la ecuación de Euler de las turbomáquinas.*

2.2 Clasificación

En la figura 2.1 se muestran los diferentes tipos en los que se clasifican las máquinas hidráulicas.

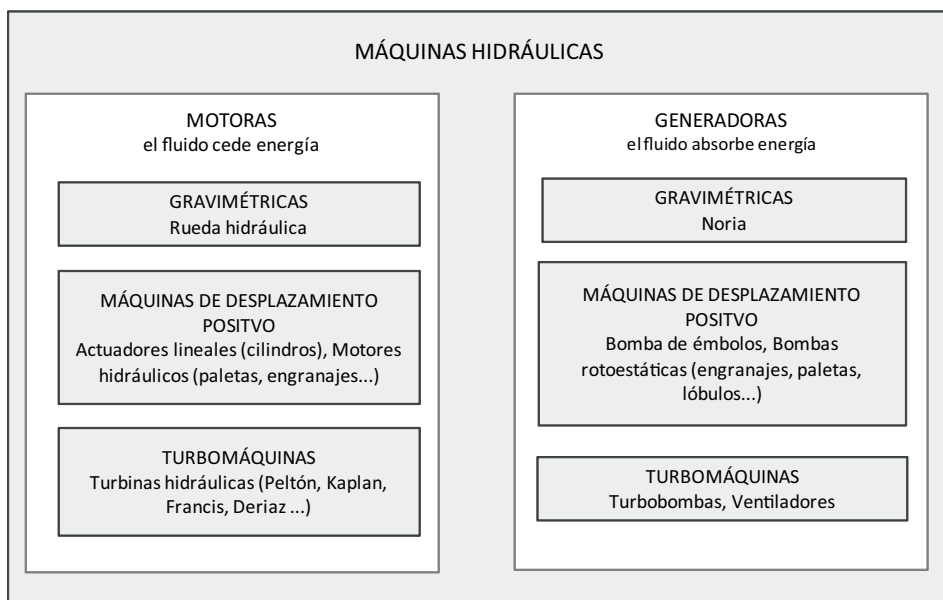


Figura 2.1: Clasificación de las Máquinas Hidráulicas.

La naturaleza de la energía intercambiada entre el fluido y la máquina varía según el tipo de máquina hidráulica considerada. Así, mientras las máquinas gravimétricas intercambian sólo energía potencial gravitatoria, las máquinas de desplazamiento positivo conllevan transferencia únicamente en forma de energía de presión. En los canales del rotor de una turbomáquina, se pone en juego tanto energía de presión como cinética en proporción variable, como se verá, en función de la máquina.

Reduciendo nuestro interés únicamente a las turbomáquinas, éstas admiten diversas clasificaciones atendiendo a diferentes criterios. Se citan a continuación los más importantes:

- Según la dirección del flujo en el rodete, se distinguen cinco tipos:
 - *Radiales*
 - *Axiales*
 - *Diagonales*
 - *Tangenciales*
 - *De flujo cruzado*
- Según el modo de admisión, se tienen:
 - *Turbomáquinas de admisión total*. El fluido inunda por completo el rotor, estando éste presurizado.
 - *Turbomáquinas de admisión parcial*. Sólo unos cuantos álabes del rotor están bañados por el fluido en cada instante. En la práctica, no existen turbomáquinas generadoras de admisión parcial.
- Según el grado de reacción:
 - *Turbomáquinas de reacción*. Máquina y fluido intercambian energía de presión. Son máquinas de admisión total.
 - *Turbomáquinas de acción*, también llamadas de impulso. El intercambio de energía se realiza a presión atmosférica. Por tanto, entre máquina y fluido sólo se permuta energía cinética. Son máquinas de admisión parcial.
- Según la orientación del eje
 - *Horizontal*
 - *Vertical*
 - *Inclinado*
- Según el número de revoluciones específico
 - *Lentas*
 - *Normales*
 - *Rápidas*
 - *Muy rápidas o extrarrápidas*

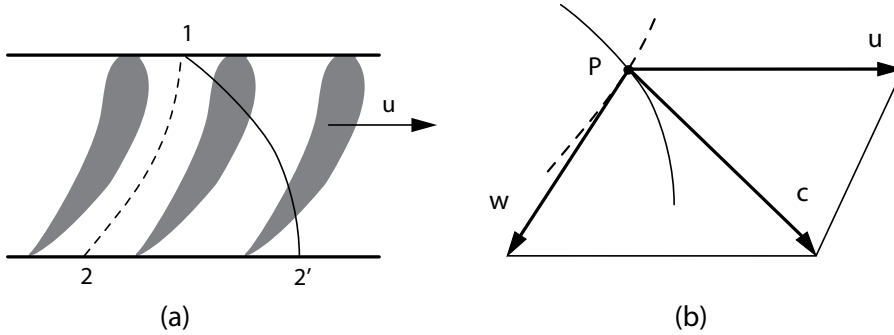


Figura 2.2: a) Trayectoria relativa (punteada) y trayectoria absoluta. b) Triángulo de velocidades.

2.3 Componentes de la velocidad. Triángulo de velocidades

Como ya se ha dicho, el rodete es el órgano en el que tiene lugar el intercambio de energía entre máquina y fluido, constituyendo, por tanto, la parte más importante de la turbomáquina. Está formado por un cierto número de álabes o paletas que delimitan los conductos que atraviesa el fluido.

Supongamos que los conductos entre los álabes de un rotor de radio infinito en reposo con respecto a un sistema de referencia fijo a tierra son atravesados por un fluido en régimen estacionario. A esta disposición de un número ilimitado de álabes equiespaciados se le denomina cascada de álabes. Se supondrá también que toda partícula de fluido que entre al rotor estará perfectamente guiada por los álabes. Como el rotor está quieto, la trayectoria 1-2 de la figura 2.2 (a), representa la seguida por una partícula cuya velocidad con respecto a un sistema de referencia móvil es \vec{w} . Supongamos ahora que dicho conducto se mueve linealmente con velocidad \vec{u} constante hacia la derecha con respecto al sistema de referencia fijo a tierra. En esta situación, un observador desde el sistema de referencia fijo a tierra verá que una partícula de fluido que entre al rotor por el punto 1, sigue la trayectoria 1-2', y \vec{c} será la velocidad medida con respecto al sistema de referencia fijo o velocidad absoluta.

La suma vectorial:

$$\vec{c} = \vec{u} + \vec{w} \quad (2.1)$$

se denomina *triángulo de velocidades* de una turbomáquina. En la figura 2.2 (b) se muestra el triángulo de velocidades para una partícula del flujo en el punto P.

Sus componentes, según lo dicho, son:

- \vec{u} : velocidad de arrastre. Es la velocidad de la cascada de álabes con respecto al observador fijo.
- \vec{w} : velocidad relativa. Es la velocidad de la partícula fluida con respecto a un observador solidario al conducto, cuya dirección, en la hipótesis de guiado perfecto, viene dada por la forma del conducto.
- \vec{c} : velocidad absoluta. Es la velocidad de la partícula fluida con respecto a un observador fijo a tierra. Es tangente a la línea de corriente coincidente con la trayectoria absoluta en la hipótesis de régimen estacionario.

Para una turbomáquina que gira a n [rpm], o a ω [rad/s], la velocidad de arrastre en un punto que dista r del eje de giro vendrá dada por:

$$\vec{u} = \vec{\omega} \times \vec{r} \quad (2.2)$$

cuyo valor absoluto viene dado por $u = \frac{2\pi n}{60} r$ y se conoce como velocidad periférica, tangencial o circunferencial.

En la figura 2.3 se muestra la superficie de corriente para una turbomáquina diagonal convergente, y divergente en la figura 2.4, particularizables para los otros tipos de turbomáquinas, radiales y axiales. La superficie en la que se sitúa la trayectoria de una partícula de fluido al recorrer el rodete, es, en el caso más general, una superficie de revolución no desarrollable. También se ilustra una descomposición del vector velocidad absoluta \vec{c} es sus componentes más interesantes desde un punto de vista práctico:

- $\vec{c}_u = c_u \cdot \vec{u}_\phi$, es la componente tangencial, circunferencial o periférica. Tiene la dirección tangente al círculo normal al eje en el punto, la cuál coincide con la de la velocidad de arrastre de un punto del rodete, \vec{u} .
- $\vec{c}_r = c_r \cdot \vec{u}_r$, es la componente radial.
- $\vec{c}_x = c_x \cdot \vec{u}_x$, es la componente axial.
- \vec{c}_m es la componente meridional. Es la suma de la componente axial y la componente radial, $\vec{c}_m = \vec{c}_x + \vec{c}_r$, y esta contenida en el plano meridiano que pasa por el punto considerado.

Los vectores unitarios en coordenadas cilíndricas empleados para direccionar la componente axial, radial y periférica de la velocidad se muestran en la esquina superior derecha de la figura 2.3.

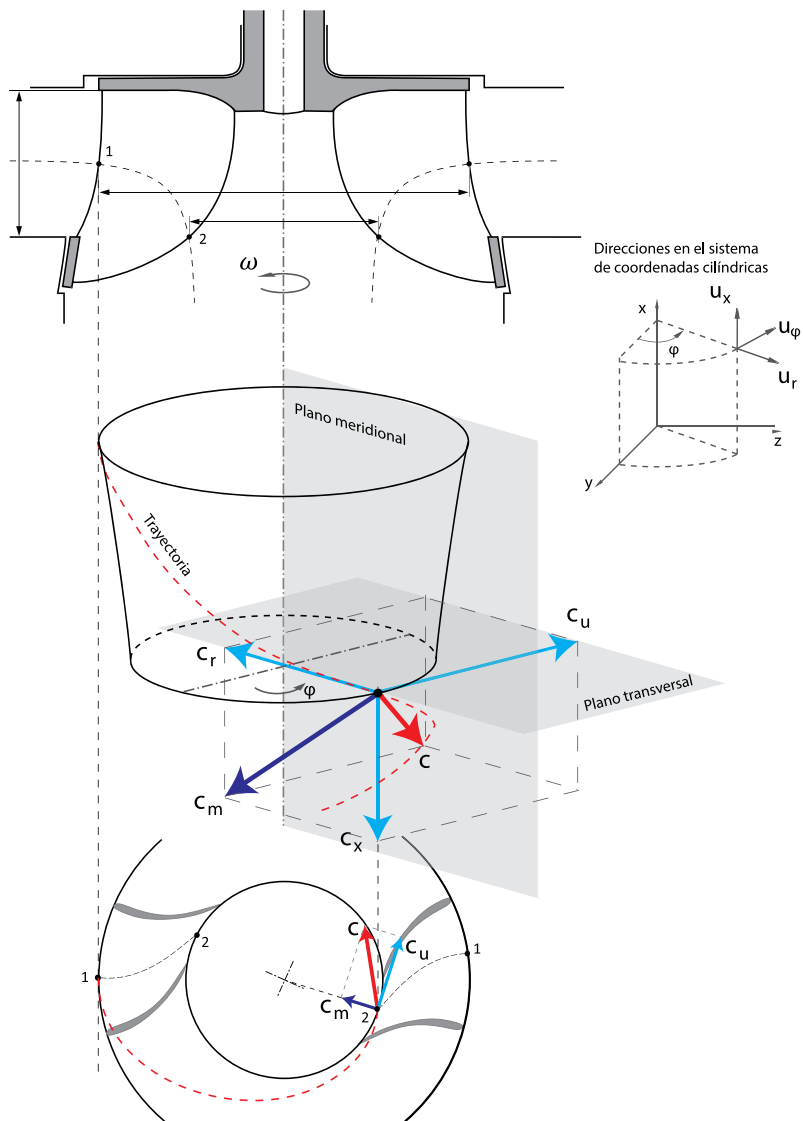


Figura 2.3: Superficie de corriente de una turbomáquina diagonal convergente, y componentes de la velocidad.

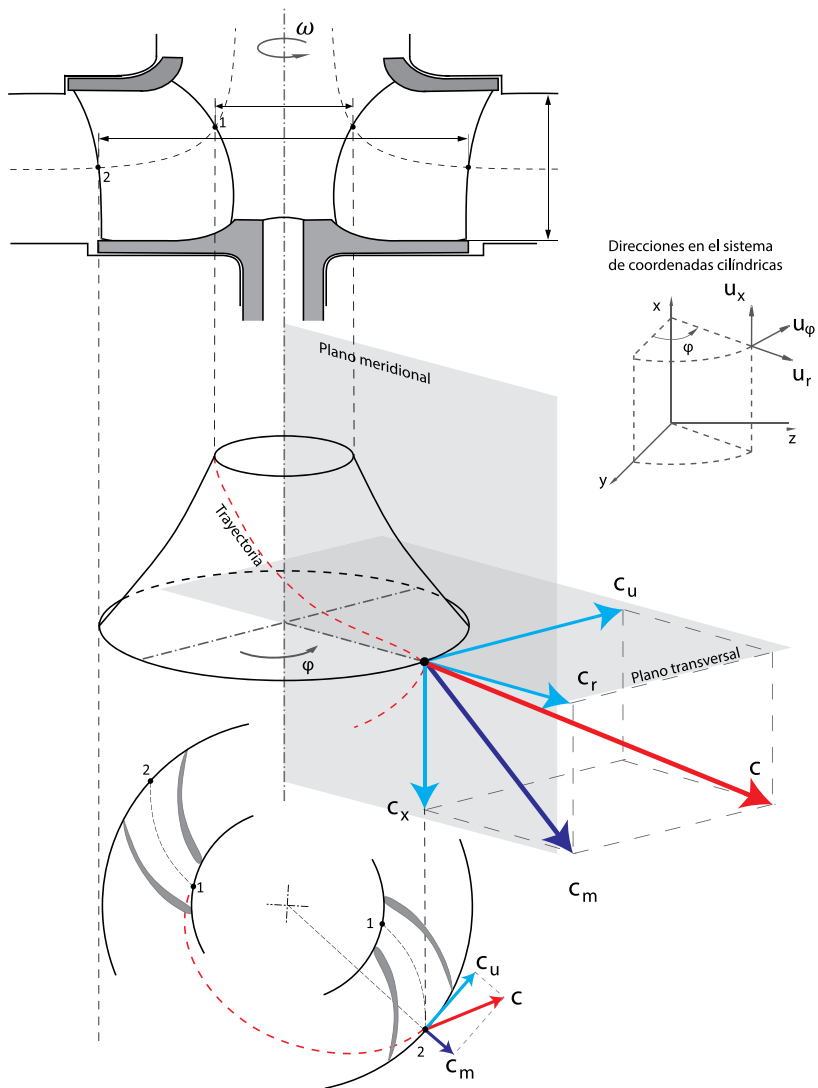


Figura 2.4: Superficie de corriente de una turbomáquina diagonal divergente, y componentes de la velocidad.

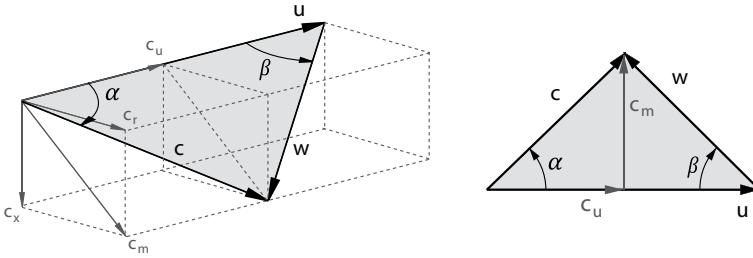


Figura 2.5: Triángulo de velocidades y componentes de la velocidad absoluta.

De las figuras 2.3 y 2.4 se deduce fácilmente la relación vectorial:

$$\vec{c} = \vec{c}_x + \vec{c}_r + \vec{c}_u = \vec{c}_m + \vec{c}_u \quad (2.3)$$

En el triángulo de velocidades, se define el ángulo α como el ángulo que forma la velocidad absoluta con la periférica y β como el ángulo que forma la velocidad relativa con $-\vec{u}$. El primero está asociado al diseño de la turbomáquina, mientras el segundo viene determinado por la forma del álabe. En la figura 2.5 se muestra el triángulo de velocidades con los ángulos descritos anteriormente.

En lo que sigue se emplearán los subíndices 1 y 2, para señalar los puntos de entrada y salida del rodete respectivamente, anteponiendo el número a la letra cuando convivan más de un subíndice. Así \vec{c}_{2u} representa la componente periférica de la velocidad absoluta justo en el punto en el que la partícula fluida abandona el rodete.

2.4 Flujo en las turbomáquinas

En la sección 2.1 de este capítulo se han introducido los distintos tipos de turbomáquinas clasificados de acuerdo a la dirección del flujo en el rotor. Según se comentó, de acuerdo con dicho criterio, se tienen cinco tipos: radiales, axiales, diagonales, tangenciales y de flujo cruzado, como se muestra en la figura 2.6. Los tres primeros corresponden a turbomáquinas de admisión total, mientras que los dos últimos son máquinas de admisión parcial, que existen únicamente como turbinas, no teniendo su homólogo como máquina generadora.

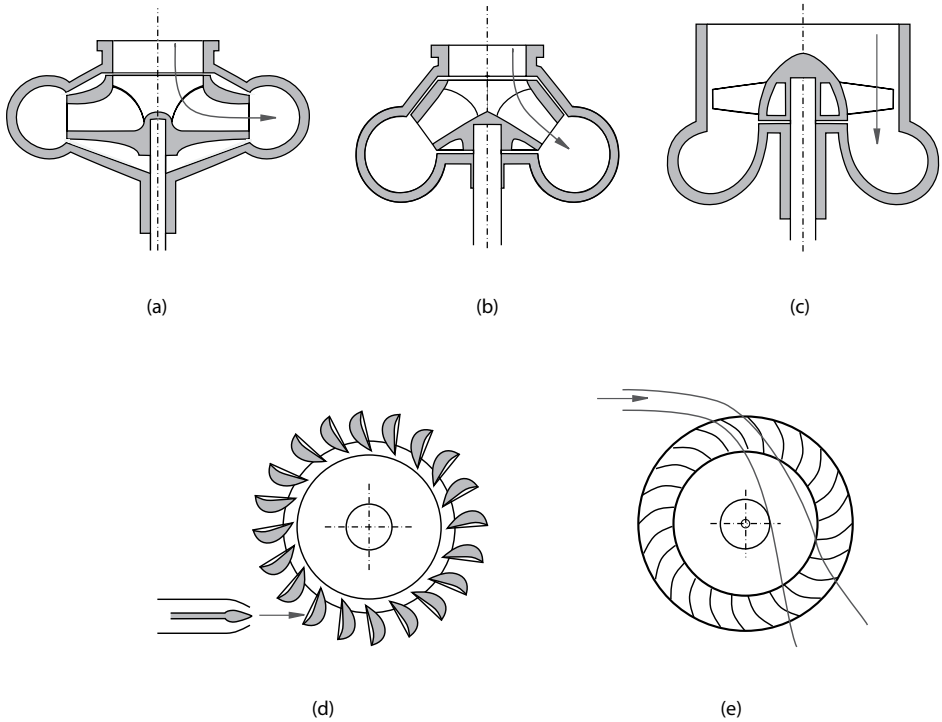


Figura 2.6: Clasificación según la dirección del flujo en el rodete. a) Máquina radial. b) Máquina diagonal. c) Máquina axial. d) Máquina tangencial. e) Flujo cruzado.

2.4.1 Flujo radial

La trayectoria absoluta de una partícula que entra a un rodete radial se mantiene prácticamente en todo momento en un plano perpendicular al eje de giro, es decir, las superficies que limitan un volumen activo de fluido son dos planos paralelos perpendiculares al eje de la máquina, figura 2.7. El fluido se mueve centrífuga o centrípetamente según se trate de máquina generadora o motora, respectivamente, a la vez que es arrastrado por el giro de la máquina. Por tanto, se puede considerar nula la componente axial de la velocidad, o lo que es lo mismo, componente meridional y radial coinciden en las máquinas radiales.

$$|\vec{c}_x| \approx 0 \quad \vec{c} = \vec{c}_r + \vec{c}_u \quad \vec{c}_m = \vec{c}_r \quad (2.4)$$

Existen bombas, ventiladores y turbinas radiales. Es frecuente en la literatura

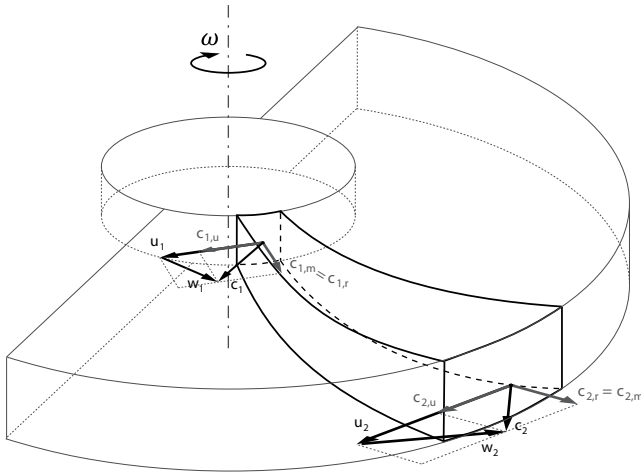


Figura 2.7: Flujo radial.

el empleo del término *bombas centrífugas* para denominar a las primeras. Esta denominación se debe a la importancia que generalmente tiene la contribución de la fuerza centrífuga al trabajo total en este tipo de bombas. En este texto se utilizará únicamente el término *bomba radial* para distinguirlas de las bombas diagonales, en las que como se verá, el flujo también es centrífugo. La única turbina radial que se instala en la actualidad es la conocida como turbina Francis lenta (J.B. Francis, 1849), con rodete similar al de una bomba radial.

2.4.2 Flujo axial

En un rotor axial, la trayectoria absoluta de una partícula que entra al mismo, se mantiene en el espacio limitado por dos cilindros coaxiales con el eje, es decir el fluido avanza en la dirección axial a la vez que arrastrado por la máquina en su giro, figura 2.8. Las superficies de corriente son aproximadamente, cilindros coaxiales con el eje de giro. En puntos de funcionamiento próximos al de diseño, para una partícula de fluido que atraviese el rotor de una turbomáquina axial a una distancia r del eje de giro pueden suponerse:

$$|\vec{c}_r| \approx 0 \quad \vec{c} = \vec{c}_x + \vec{c}_u \quad (2.5)$$

Ejemplos de turbomáquinas axiales son las turbinas de hélice y las turbinas Kaplan con álabes orientables en el caso de máquinas motoras y los ventiladores y las bombas axiales en el caso de generadores.

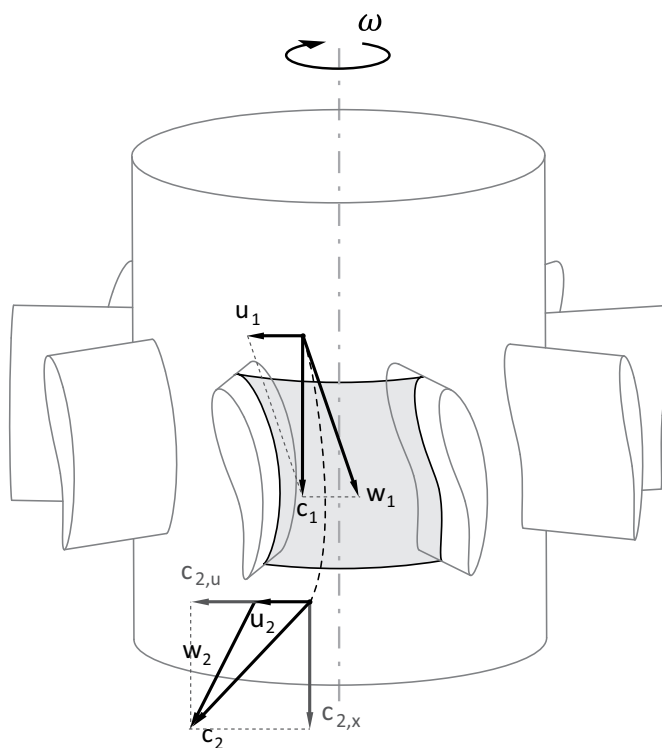


Figura 2.8: Flujo axial.

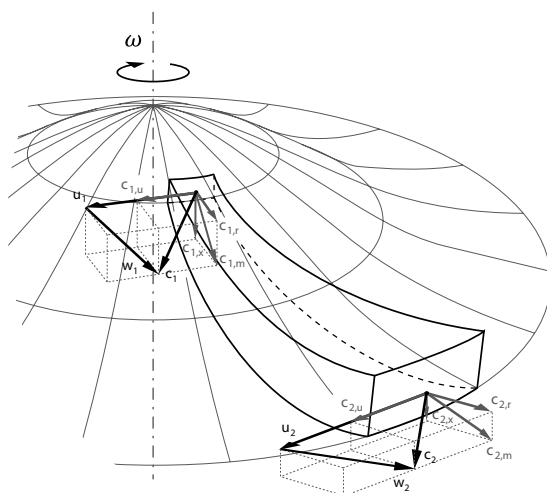


Figura 2.9: Flujo diagonal.

2.4.3 Flujo diagonal, semiaxial o mixto

En las máquinas diagonales, el flujo tiene lugar centrípeta o centrífugamente como en las radiales, con una componente axial superpuesta. La trayectoria seguida por una partícula fluida en el caso más general, está situada sobre una superficie de revolución cualquiera, desarrollable o no, figura 2.9.

2.4.4 Flujo tangencial

El agua, procedente de una tobera o inyector incide tangencialmente sobre la circunferencia cuyo diámetro es el del rotor, produciendo así el par motor, figura 2.10. Las turbinas de acción Pelton (L.A. Pelton, 1889), son las únicas máquinas tangenciales que se instalan en la práctica. En ellas, el intercambio de energía en estas máquinas se realiza a presión atmosférica. Son máquinas de admisión parcial, en las que el fluido intercambia únicamente energía cinética con el rodete.

Constituyen la evolución lógica de las antiguas ruedas hidráulicas.

2.4.5 Flujo cruzado

El flujo que sale de un inyector atraviesa dos veces el rotor, una centrípeta y otra centrífugamente. Al igual que en el caso de las máquinas de flujo tangencial,

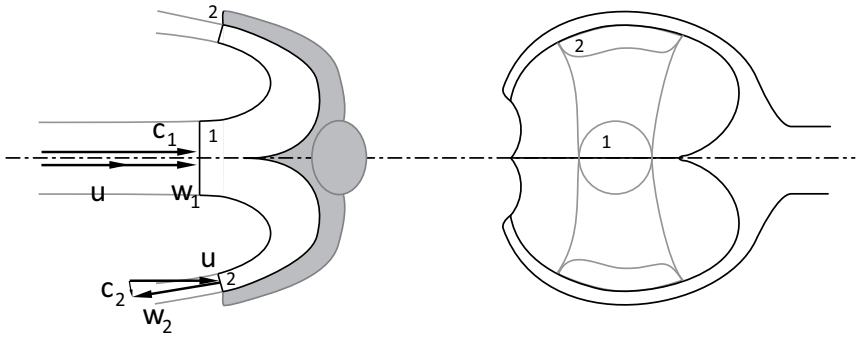


Figura 2.10: Flujo tangencial.

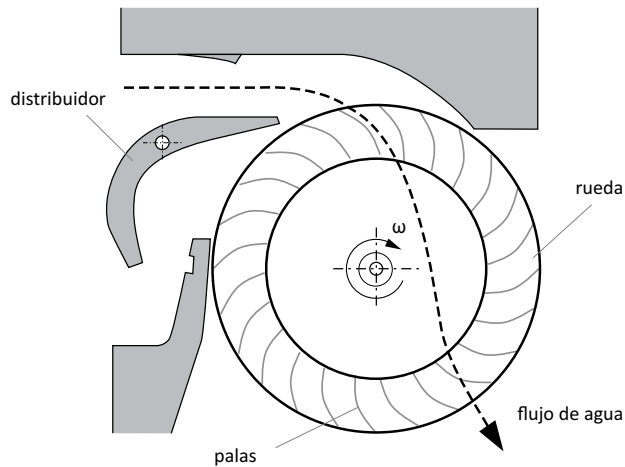


Figura 2.11: Turbina Michell-Banki.

sólo existen como máquina motora, no teniendo su equivalente como máquina generadora. Son por tanto, turbinas de admisión parcial, generalmente clasificadas como máquinas de acción, aunque dependiendo de la proximidad del inyector a los álabes, pueden funcionar incluso con un cierto grado de reacción. La turbina de flujo cruzado fue patentada en 1903 por el ingeniero A.G. Michell, siendo D. Banki el realizador del estudio teórico entre 1912 y 1918. De ahí que se le conozca también como turbina Michell-Banki, figura 2.11.

2.5 Teoría general de las turbomáquinas hidráulicas

El teorema de conservación de momento cinético puede proporcionar resultados muy útiles para el estudio teórico y el diseño de las turbomáquinas y de las instalaciones de bombeo y centrales hidráulicas. La fuerza del fluido sobre un conducto con cambio de dirección (codo) o cambios de sección obtenida por aplicación del mencionado principio determina el dimensionamiento de los apoyos necesarios en las conducciones. Cuando se aplica al fluido contenido en el rotor de la turbomáquina, se obtiene la ecuación fundamental de las turbomáquinas o Ecuación de Euler. Antes de su deducción, consideremos los casos básicos que se presentan a continuación.

2.5.1 Acción del fluido sobre los álabes

Se busca en este punto la fuerza que un chorro de fluido ejerce sobre un álabe por aplicación de la ecuación de conservación de momento lineal en forma integral [22]. Se considerarán tres casos: álabe fijo con respecto a un sistema de referencia fijo a tierra, álabe móvil a velocidad lineal constante con respecto a ese mismo sistema de referencia y finalmente, álabes montados sobre una rueda con rotación uniforme. En todos los casos el flujo puede suponerse incompresible y el movimiento relativo al álabe estacionario.

2.5.1.1 Álabe fijo

Suponga que un chorro de fluido sale por una tobera a la atmósfera a velocidad \vec{c}_1 medida con respecto a un sistema de referencia fijo a tierra, e incide sin disgregarse en régimen estacionario (hipótesis [1]) sobre un álabe fijo a tierra, como se muestra en la figura 2.12. El álabe desvía al chorro un ángulo θ y se asume la incompresibilidad del flujo (hipótesis [2]). Considere el volumen de control cerrado por la superficie S . Dicha superficie estará formada por las superficies S_1 , por la cual el fluido entra al álabe, S_2 , a través de la cual el flujo abandona el álabe, S_3 , que coincide con la entrecara de separación fluido-aire y S_4 , que es la superficie de contacto entre el fluido y el álabe. Se supondrá además que se pueden considerar propiedades uniformes en cualquier sección recta que atraviese el volumen de control (hipótesis [3]) y que el tensor de tensiones se reduce a las presiones en S_1 y S_2 (hipótesis [4]). Aplicando las ecuaciones de continuidad y de conservación de cantidad de movimiento al volumen de control definido, se tiene que:

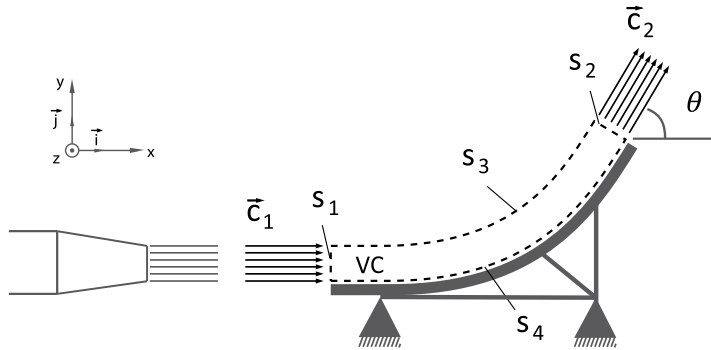


Figura 2.12: Chorro incidente sobre un álabe fijo.

- Ecuación de continuidad.

Recordando la ecuación de continuidad en su forma más general se escribe que:

$$\frac{d}{dt} \int_{V_f} \rho dV = 0 \quad (2.6)$$

Para un volumen fijo V que en un instante determinado coincide con el volumen fluido V_f , la ecuación anterior puede escribirse como:

$$\int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV + \int_S \rho (\vec{v} \cdot \vec{n}) dS = 0 \quad (2.7)$$

Sólo S_1 y S_2 son atravesadas por el flujo fluido. Dada la hipótesis de incompresibilidad ($\rho_1 = \rho_2 = \rho$), y considerando propiedades uniformes en dichas secciones ($\int_S \rho (\vec{v} \cdot \vec{n}) dS = \rho \vec{c} \cdot S$), la ecuación 2.7 se transforma en:

$$c_1 S_1 = c_2 S_2 = Q \quad (2.8)$$

siendo Q el caudal que sale de la tobera.

- Ecuación de conservación de cantidad de movimiento.

La forma general de la ecuación de conservación de la cantidad de movimiento es:

$$\frac{d}{dt} \int_{V_f} \rho \vec{v} dV = \int_{S_f} \vec{n} \cdot \vec{\bar{\tau}} dS + \int_{V_f} \rho \vec{f}_m dV \quad (2.9)$$

Se comprueba que esta última expresión se puede poner como:

$$\int_V \frac{\partial(\rho \vec{v})}{\partial t} dV + \int_S \rho \vec{v} (\vec{v} \cdot \vec{n}) dS = \int_S \vec{n} \cdot \vec{\tau} dS + \int_V \rho \vec{f}_m dV \quad (2.10)$$

siendo V un volumen fijo en el espacio, que en el instante considerado coincide con el volumen fluido V_f . Desarrollando cada uno de los términos de la ecuación 2.10, se puede escribir:

- El término $\int_V \frac{\partial(\rho \vec{v})}{\partial t} dV \sim 0$ al tratarse de régimen estacionario¹.
- El segundo término del primer miembro representa el flujo de la cantidad de movimiento a través de la superficie que encierra al volumen de control. Considerando las hipótesis [2] y [3] y el resultado de la ecuación 2.8, se puede simplificar a:

$$\begin{aligned} \int_S \rho \vec{v} (\vec{v} \cdot \vec{n}) dS &= -\rho Q c_1 \vec{i} + \rho Q c_2 \left[\cos(\theta) \vec{i} + \text{sen}(\theta) \vec{j} \right] = \dots \\ &\dots = \rho Q \left\{ [c_2 \cos(\theta) - c_1] \vec{i} + c_2 \text{sen}(\theta) \vec{j} \right\} \end{aligned} \quad (2.11)$$

ya que sólo existe flujo de fluido a través de las superficies S_1 y S_2 de la superficie de control.

El primer término del segundo miembro de 2.10 es la resultante de la fuerzas de superficie que actúan sobre la superficie de control. Haciendo uso de la hipótesis [4], dicho término adopta la forma:

$$\int_S \vec{n} \cdot \vec{\tau} dS = - \int_{S_1} p_a \vec{n} dS_1 - \int_{S_2} p_a \vec{n} dS_2 - \int_{S_3} p_a \vec{n} dS_3 + \vec{R} \quad (2.12)$$

siendo \vec{R} la resultante de la fuerza que ejerce el álabe sobre el volumen de control. Podemos hacer uso de un enunciado conocido para simplificar esta expresión: una presión uniforme produce resultante nula cuando actúa sobre una superficie cerrada. De dicho resultado podemos extraer que:

$$\oint_S p_a \vec{n} dS = 0 = \int_{S_1} p_a \vec{n} dS_1 + \int_{S_2} p_a \vec{n} dS_2 + \int_{S_3} p_a \vec{n} dS_3 + \int_{S_4} p_a \vec{n} dS_4 \quad (2.13)$$

¹Esta hipótesis es un tanto discutible, al existir cambios en la dirección de la velocidad del fluido, pero se puede justificar entendiendo que observamos el problema con una escala de tiempo suficientemente grande y que analizamos el valor medio de la cantidad de movimiento en dicho periodo [7].

y la expresión 2.12 se reduce a:

$$\int_S \vec{n} \cdot \vec{v} dS = \vec{R} + \int_{S_4} p_a \vec{n} dS_4 \quad (2.14)$$

- El último término de la ecuación 2.10 cuantifica el efecto de las fuerzas de volumen que actúan sobre el volumen de control. Al ser un sistema de referencia inercial, no existen fuerzas de inercia. Sí sería necesario incluir en este término el peso del volumen de control, que como se ha dicho, coincide con el volumen de fluido contenido en el álabe. Sin embargo, como se justificará más adelante, en las turbomáquinas se puede despreciar la contribución de la fuerza de la gravedad al par motor, por lo que ya no lo incluiremos aquí.

Así, la ecuación 2.10 queda:

$$\vec{R} = \rho Q \left\{ [c_2 \cos(\theta) - c_1] \vec{i} + c_2 \sin(\theta) \vec{j} \right\} - \int_{S_4} p_a \vec{n} dS_4 \quad (2.15)$$

Llegados a este punto, considerando el diagrama del sólido libre para el álabe fijo, la fuerza neta sobre el mismo será:

$$\vec{F} = -\vec{R} - \int_{S_4} p_a \vec{n} dS_4 \quad (2.16)$$

y sustituyendo \vec{R} por el valor dado por la expresión 2.15:

$$\vec{F} = \rho Q \left\{ [c_1 - c_2 \cos(\theta)] \vec{i} - c_2 \sin(\theta) \vec{j} \right\} \quad (2.17)$$

En la hipótesis de que el rozamiento fuese despreciable, se conservaría la energía cinética relativa al álabe, es decir, se cumpliría:

$$|\vec{c}_1| = |\vec{c}_2| \quad (2.18)$$

y la fuerza sobre el álabe se estimaría de la expresión:

$$\vec{F} = \rho Q c_1 \left\{ [1 - \cos(\theta)] \vec{i} - \sin(\theta) \vec{j} \right\} \quad (2.19)$$

2.5.1.2 Álabe móvil

Suponga ahora el problema del apartado anterior y considere las mismas hipótesis, salvo que, en este caso, el álabe se mueve a velocidad constante \vec{u} hacia la

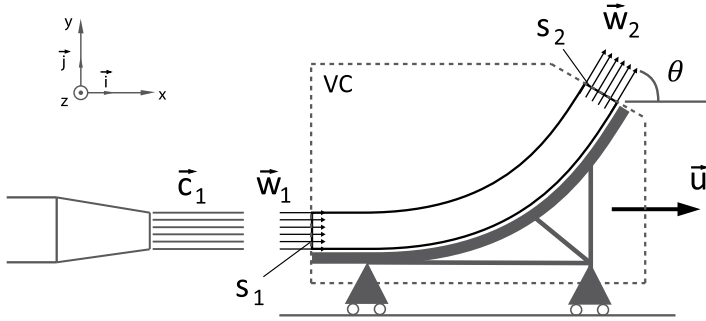


Figura 2.13: Chorro incidente sobre un álabe móvil.

derecha con respecto al sistema de referencia fijo a tierra. Considere un volumen de control que incluye álabe, fluido contenido en él y carrico. El volumen de control así definido se mueve solidario al álabe y sus fronteras están todas a presión atmosférica, p_a . La intersección de la superficie de control con la entrada y salida de fluido son las áreas S_1 y S_2 , como se ilustra en la figura 2.13.

La aplicación de la expresión 2.6 al volumen de control descrito con las hipótesis dadas conduce a:

$$Q = w_1 S_1 = w_2 S_2 \quad (2.20)$$

siendo \vec{w}_1 y \vec{w}_2 las velocidades del flujo medidas con respecto al sistema solidario al álabe. Además, según los triángulos de velocidades mostrados en la figura 2.14, se tiene que:

$$\begin{aligned} \vec{w}_1 &= (c_1 - u) \vec{i} \\ \vec{w}_2 &= w_2 (\cos\theta \vec{i} + \sin\theta \vec{j}) \end{aligned} \quad (2.21)$$

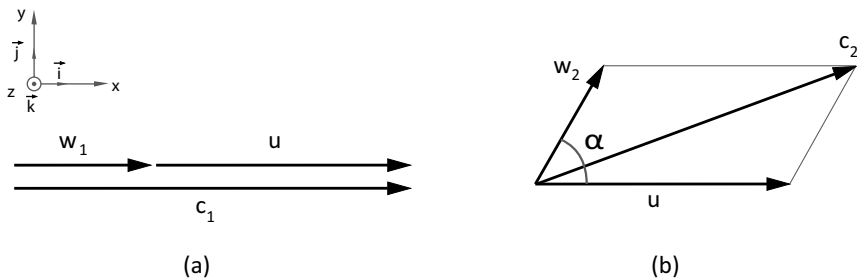


Figura 2.14: Triángulos de velocidades álabe móvil. a) Entrada. b) Salida.

Aplicando ahora el teorema de conservación de cantidad de movimiento al volumen de control dado, los términos de la ecuación 2.10 quedan:

- $\int_V \frac{\partial(\rho \vec{v})}{\partial t} dV \sim 0$ (hipótesis [1])
- $\int_S \rho \vec{v} (\vec{v} \cdot \vec{n}) dS = -\rho Q w_1 \vec{i} + \rho Q w_2 [\cos\theta \vec{i} + \text{sen}\theta \vec{j}]$, dado que sólo existe flujo de fluido atravesando las fronteras del volumen de control en las superficies S_1 y S_2 .
- $\int_S \vec{n} \cdot \vec{\tau} dS = - \underbrace{\oint_{SC} p_a \vec{n} dS}_0 + \vec{R}$, partiendo de la ecuación 2.14 se anula la integral de superficie, ya que en este caso la superficie de control es una superficie cerrada sobre la que actúa la presión ambiente, por tanto, no existe resultante de las fuerzas de presión sobre dicha superficie, siendo \vec{R} la fuerza que hace que el volumen de control tenga movimiento rectilíneo uniforme.
- $\int_V \rho \vec{f}_m dV \sim 0$ por idénticos motivos a los expuestos en el caso del álabe fijo.

Reordenando términos y despejando \vec{R} :

$$\vec{R} = \rho Q [(w_2 \cos\theta - w_1) \vec{i} + w_2 \text{sen}\theta \vec{j}] \quad (2.22)$$

La fuerza neta sobre el álabe será entonces:

$$\vec{F} = \rho Q [(w_1 - w_2 \cos\theta) \vec{i} - w_2 \text{sen}\theta \vec{j}] \quad (2.23)$$

Despreciando el rozamiento, se conserva la energía cinética relativa al álabe, es decir: $|\vec{w}_1| = |\vec{w}_2| = c_1 - u$, y la ecuación anterior queda:

$$\vec{F} = \rho Q [(c_1 - u)(1 - \cos\theta) \vec{i} - (c_1 - u) \text{sen}\theta \vec{j}] \quad (2.24)$$

En este caso, la fuerza horizontal se desplaza a velocidad u , por lo que la potencia desarrollada será:

$$P = \vec{F} \cdot \vec{u} = \rho Q u (c_1 - u)(1 - \cos\theta) \quad (2.25)$$

La ecuación 2.25 es la expresión que proporciona la potencia teórica de una turbina de acción.

2.5.1.3 Rueda de álabes

La acción del flujo sobre el álabe móvil vista en el apartado anterior no tiene sentido práctico, ya que el álabe, en su movimiento de traslación, se aleja indefinidamente de la tobera y el chorro pronto dejaría de incidir sobre aquél. Si en lugar de un

álabe desplazándose linealmente, se dispusiera de álabes ubicados en una rueda, siempre habrá uno que sustituya al que se aleja, como se muestra en la figura 2.15. El fluido contenido en la rueda de álabes o rodete, será el volumen de control a considerar y la configuración así formada constituye una turbina de acción.

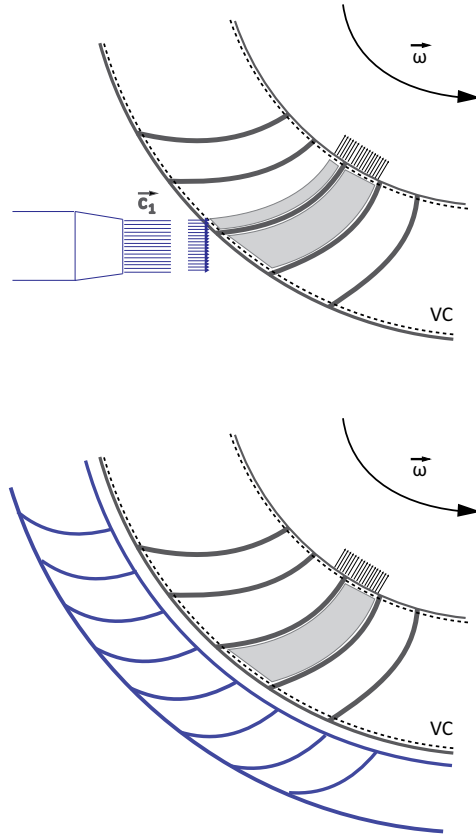


Figura 2.15: Esquema de un rodete de una turbina de acción.

Como se ha visto en el apartado anterior, las componentes de la fuerza que ejerce el fluido sobre el álabe serán:

$$\begin{aligned} F_x &= \rho Q (c_1 - u) (1 - \cos\theta) \\ F_y &= -\rho Q (c_1 - u) \operatorname{sen}\theta \end{aligned} \quad (2.26)$$

Si el rodete está quieto, durante la puesta en marcha por ejemplo, la fuerza \vec{F} por la distancia al eje, es la contribución de ese álabe al par motor. Durante el funcionamiento, la potencia teórica de la turbina de acción vendrá dada por la

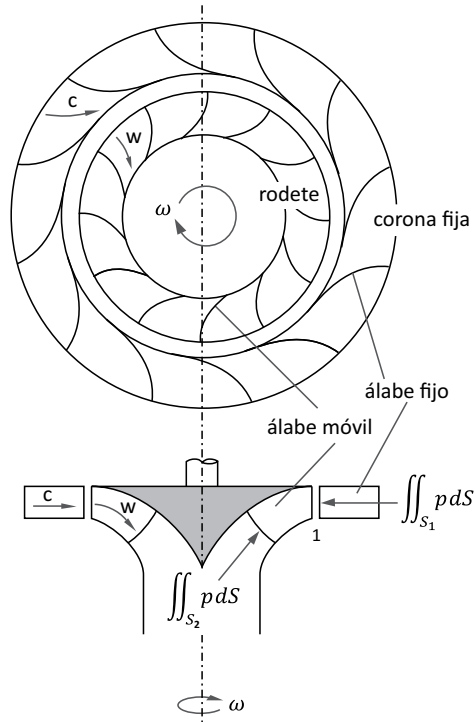


Figura 2.16: Esquema de una turbina de admisión total.

ecuación 2.25.

Si se sustituye la tobera por una corona fija de álabes, dispuestos de tal forma que cada dos consecutivos formen una tobera, que se alimenta a través de una cámara espiral o caracol, entonces la turbina es de admisión total, es decir, el flujo se distribuye por toda la periferia del rodete (figura 2.16).

En este caso, la fuerza \vec{F} tiene un término más debido a contribución de las fuerzas de presión sobre las superficies S_1 y S_2 , ya que al estar inundado el conducto, la distribución de presiones en dichas secciones no tiene por qué ser uniforme e igual a la atmosférica.

2.5.2 Ecuación de Euler

Se ha cuantificado en el párrafo anterior la acción del fluido sobre los álabes. En el diseño de turbomáquinas, los cojinetes de apoyo y de empuje deben ser dimensionados para soportar respectivamente las componentes radial y axial de

dicha fuerza, mientras que la componente tangencial produce un momento sobre el eje de la turbomáquina. En este punto, se utilizará el teorema de conservación del momento cinético en su forma integral, para conocer el par sobre el eje, y por tanto, la energía que máquina y fluido intercambian. Para ello, las ecuaciones de continuidad y conservación de momento angular se aplicarán al volumen de control definido por el volumen de fluido contenido en el rotor. Como hipótesis de partida, se supondrá el rotor sometido a rotación uniforme.

Antes se debe resolver la elección del sistema de referencia. Se presentan dos posibilidades [2]: tomar un volumen de control fijo con respecto al sistema de referencia fijo a tierra, o elegir un volumen de control que gire a velocidad angular ω solidario al rotor. Con la primera opción, las fuerzas másicas se reducen a la gravedad, pero el flujo absoluto no es estacionario. Con la segunda, es necesario incluir en la expresión de las fuerza másicas la inercia debida al giro, si bien por hipótesis, el flujo relativo puede ser considerado estacionario. El resultado debe ser independiente de la opción elegida, por lo que, sin pérdida de generalidad, tomaremos la primera. Se toman las ecuaciones básicas de Mecánica de Fluidos para un volumen de control móvil a velocidad \vec{v}_c , en forma integral:

- Conservación de la masa:

$$\frac{d}{dt} \int_{V_f} \rho dV = \frac{\partial}{\partial t} \int_{V_c} \rho dV + \int_{S_c} \rho [(\vec{v} - \vec{v}_c) \cdot \vec{n}] dS = 0 \quad (2.27)$$

- Conservación de momento cinético:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \int_{V_f} \rho \vec{v} \times \vec{r} dV &= \frac{\partial}{\partial t} \int_{V_c} \rho \vec{v} \times \vec{r} dV + \int_{S_c} \rho (\vec{v} \times \vec{r}) [(\vec{v} - \vec{v}_c) \cdot \vec{n}] dS = \\ &= - \int_{S_c} (\rho \vec{n} \times \vec{r}) dS + \int_{S_c} [(\vec{\tau} \cdot \vec{n}) \times \vec{r}] dS + \int_{V_c} (\rho \vec{f}_m \times \vec{r}) dV \end{aligned} \quad (2.28)$$

La superficie del volumen de control está formada por la superficie S_1 , por la cual el fluido entra al rotor, una superficie de salida S_2 , las paredes laterales de los álabes S_{dch} y S_{izq} y las paredes fijas S_{sup} y S_{inf} . Dada una turbomáquina genérica con Z álabes, en la figura 2.17 se muestra uno de los Z canales que definen el volumen de control y se muestran los triángulos de velocidades en una sección diferencial en la entrada y en la salida.

Presentadas las ecuaciones y definido el volumen de control, comenzaremos aplicando la ecuación de continuidad con respecto al sistema de referencia fijo a tierra:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{V_c} \rho dV + \int_{S_c} \rho [(\vec{v} - \vec{v}_c) \cdot \vec{n}] dS = 0 \quad (2.29)$$

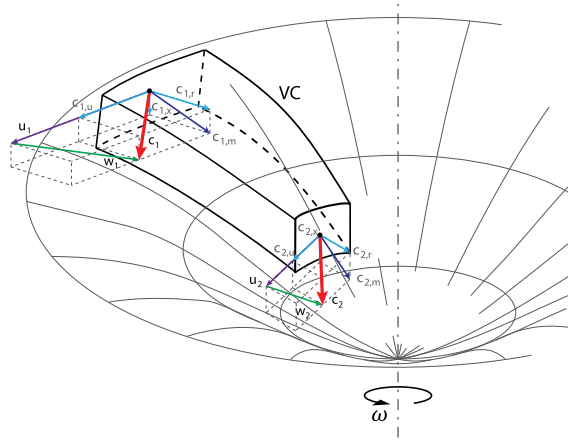


Figura 2.17: Volumen de control delimitado por dos álabes para una turbomáquina genérica, y triángulos de velocidades en la entrada y salida.

como la masa de fluido dentro del volumen de control no varía respecto al tiempo, la ecuación 2.29 se transforma en:

$$\int_{S_c} \rho [(\vec{v} - \vec{v}_c) \cdot \vec{n}] dS = \int_{S_c} \rho (\vec{w} \cdot \vec{n}) dS = 0 \quad (2.30)$$

Como las únicas superficies a través de las cuales puede haber flujo de masa son aquellas superficies del volumen de control que no son paredes físicas (S_1 y S_2), se tiene que:

$$\int_{S_1} \rho_1 (\vec{w}_1 \cdot \vec{n}_1) dS_1 + \int_{S_2} \rho_2 (\vec{w}_2 \cdot \vec{n}_2) dS_2 = 0 \quad (2.31)$$

Realizando el producto escalar:

$$\int_{S_2} \rho_2 w_{2m} dS_2 = \int_{S_1} \rho_1 w_{1m} dS_1 \quad (2.32)$$

Como las componentes meridionales de la velocidad absoluta c_m , y relativa w_m , son iguales, la ecuación 2.32 se puede escribir:

$$\int_{S_2} \rho_2 c_{2m} dS = \int_{S_1} \rho_1 c_{1m} dS_1 = \int dG = G \quad (2.33)$$

La aplicación del teorema de conservación del momento cinético al volumen de control nos lleva a:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \int_{V_c} \rho \vec{v} \times \vec{r} dV + \int_{S_c} \rho (\vec{v} \times \vec{r}) [(\vec{v} - \vec{v}_c) \vec{n}] ds = \dots \\ \dots & = - \int_{S_c} (p \vec{n} \times \vec{r}) ds + \int_{S_c} \left[\left(\frac{\vec{\tau}}{r} \vec{n} \right) \times \vec{r} \right] ds + \int_{V_c} \left(\rho \vec{f}_m \times \vec{r} \right) dV \end{aligned} \quad (2.34)$$

Según se ha explicado, nos interesa determinar el par en el eje, y por tanto, se considerará aquí únicamente la proyección sobre la dirección axial de la ecuación vectorial 2.34, se tiene:

- El primer término de la ecuación representa la variación temporal de momento angular en el volumen de control. El régimen no es estacionario para el observador fijo a tierra.

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{V_c} \rho \vec{v} \times \vec{r} dV \sim 0 \quad (2.35)$$

- El segundo término del primer miembro se corresponde con el flujo neto de momento cinético que abandona el volumen de control a través de la superficie de control. Dado que sólo habrá flujo de momento cinético a través de las superficies no limitadas por paredes físicas (S_1 y S_2), queda:

$$\left[\int_{S_c} \rho (\vec{v} \times \vec{r}) [(\vec{v} - \vec{v}_c) \vec{n}] dS \right]_x = \int_{S_2} \rho_2 c_{2u} r_2 c_{2m} dS_2 - \int_{S_1} \rho_1 c_{1u} r_1 c_{1m} dS_1 \quad (2.36)$$

- Respecto al segundo miembro de 2.34, el primer término es el momento resultante de las fuerzas de presión que actúan sobre la superficie de control. Por continuidad del integrando, se puede desglosar según:

$$\begin{aligned} \left[- \int_{S_c} (p \vec{n} \times \vec{r}) dS \right]_x &= \left[- \int_{S_1+S_2} (p \vec{n} \times \vec{r}) dS \right]_x + \left[- \int_{S_{inf}+S_{sup}} (p \vec{n} \times \vec{r}) dS \right]_x \\ &+ \left[- \int_{S_{izq}+S_{dch}} (p \vec{n} \times \vec{r}) dS \right]_x = \left[- \int_{S_{izq}+S_{dch}} (p \vec{n} \times \vec{r}) dS \right]_x \end{aligned} \quad (2.37)$$

En las superficies de entrada y salida (S_1 y S_2), la resultante de las fuerzas de presión no crea momento en la dirección axial, porque, para cualquier tipo de máquina, dicha resultante o bien corta o bien pasa por el eje. Es igualmente nulo el momento en las paredes fijas, en las que se anula por simetría de revolución en torno al eje. En caso de rodete abierto o semiabierto, la simetría de revolución de la carcasa también anularía este último término. Por tanto, queda solamente la contribución del momento de la fuerza de presión sobre las superficies de los álabes.

- El momento resultante de los esfuerzos tangenciales sobre la superficie de control viene dado por:

$$\int_{S_c} [(\bar{\tau} \vec{n}) \times \vec{r}]_x ds \quad (2.38)$$

Suponiendo que en la entrada y la salida del rotor, el tensor de tensiones se reduce a las presiones, y que por simetría, se anula en las paredes fijas, la expresión precedente se simplifica quedando únicamente el momento de los esfuerzos cortantes en la superficie de los álabes, es decir:

$$\int_{S_c} [(\bar{\tau}' \vec{n}) \times \vec{r}]_x ds \quad (2.39)$$

- El último término de la expresión 2.34 representa el momento axial de las fuerzas másicas sobre el volumen de control. Al ser éste un volumen fijo, la única fuerza másica que aparece es la gravitatoria y no produce momento respecto al eje por la simetría del volumen, es decir:

$$\int_{V_c} (\rho \vec{f}_m \times \vec{r})_x dV = 0 \quad (2.40)$$

Reordenando, el momento en la dirección axial del rotor sobre el fluido queda:

$$M = \int_{S_{\text{álabes}}} [(\bar{\tau} \vec{n}) \times \vec{r}]_x dS \quad (2.41)$$

Por lo que el momento ejercido por los álabes sobre el fluido:

$$\int_{S_2} \rho_2 c_{2u} r_2 c_{2m} dS - \int_{S_1} \rho_1 c_{1u} r_1 c_{1m} dS = M_{\text{álabes} \rightarrow \text{fluido}} \quad (2.42)$$

Con lo que el par en el eje, del fluido sobre los álabes, será igual y de sentido contrario al mostrado en 2.42, es decir:

$$\int_{S_1} \rho_1 c_{1u} r_1 c_{1m} dS - \int_{S_2} \rho_2 c_{2u} r_2 c_{2m} dS = M_{\text{fluido} \rightarrow \text{álabes}} \quad (2.43)$$

donde se ha hecho uso de la igualdad: $\bar{\tau} = -pI + \bar{\tau}'$.

El resultado dado en 2.42 y 2.43 se conoce como *teorema de Euler* y se enuncia: *el par transmitido por el fluido al rodete es igual a la variación del momento cinético que experimenta el fluido entre las secciones de entrada y salida del rodete.* Tal y como lo hemos deducido, la ecuación 2.42 será aplicable a turbomáquinas generadoras (TMG) y la 2.43 a turbomáquinas motoras (TMM). Debe resaltarse

que sendas expresiones son válidas para turbomáquinas térmicas e hidráulicas. Además, no se han establecido hipótesis acerca de la forma de los álabes, por tanto, se pueden utilizar con cualquier tipo de turbomáquina. Tampoco ha hecho falta hacer suposiciones acerca de la viscosidad del fluido, luego son aplicables a fluidos ideales o reales.

Multiplicando el par en el eje por la velocidad de giro ω , puede obtenerse la potencia intercambiada entre máquina y fluido de:

$$\begin{aligned} P &= \int_{S_2} \rho_2 c_{2u} u_2 c_{2m} dS - \int_{S_1} \rho_1 c_{1u} u_1 c_{1m} dS = \\ &= \int_{S_2} c_{2u} u_2 dG - \int_{S_1} c_{1u} u_1 dG \quad \text{para TMG} \end{aligned} \quad (2.44)$$

$$\begin{aligned} P &= \int_{S_1} \rho_1 c_{1u} u_1 c_{1m} dS - \int_{S_2} \rho_2 c_{2u} u_2 c_{2m} dS = \\ &= \int_{S_1} c_{1u} u_1 dG - \int_{S_2} c_{2u} u_2 dG \quad \text{para TMM} \end{aligned}$$

puesto que, en lugar de usar un criterio de signos para la potencia y el par transmitidos, se opta por considerar estos en valor absoluto, invirtiendo el signo de las ecuaciones. En lo que sigue, se utilizará la notación \pm para evitar la repetición de las expresiones, donde el signo $+$ hará referencia a turbomáquinas motoras y el signo $-$ se aplicará en el caso de generadoras.

Centrándonos ya en las turbomáquinas hidráulicas, considere el tubo de corriente infinitesimal que se ilustra en la figura 2.17, el cual transporta un gasto másico $dG = \rho dQ$. La contribución de dicho filamento de corriente al par motor será:

$$\frac{dM}{\rho dQ} = \pm (c_{1u} r_1 - c_{2u} r_2) \quad (2.45)$$

La energía específica, que denotaremos como $E_{t\infty}$ ², que dicho filamento transmite o absorbe a/o de la máquina, según el caso, se calcula de acuerdo a:

$$\frac{dP}{\rho dQ} = \pm (c_{1u} u_1 - c_{2u} u_2) = E_{t\infty} \quad (2.46)$$

Para turbomáquinas que trasiegan líquidos (bombas y turbinas hidráulicas), la energía específica en forma de altura³ se escribe:

$$H_{t\infty} = \pm \frac{1}{g} (c_{1u} u_1 - c_{2u} u_2) \quad (2.47)$$

²Se emplea el subíndice ∞ , porque se corresponde con la teoría de flujo perfectamente guiado por un número infinito de álabes, teoría unidimensional, apartado 2.6

³Los conceptos asociados a las alturas se detallan en la sección 2.8

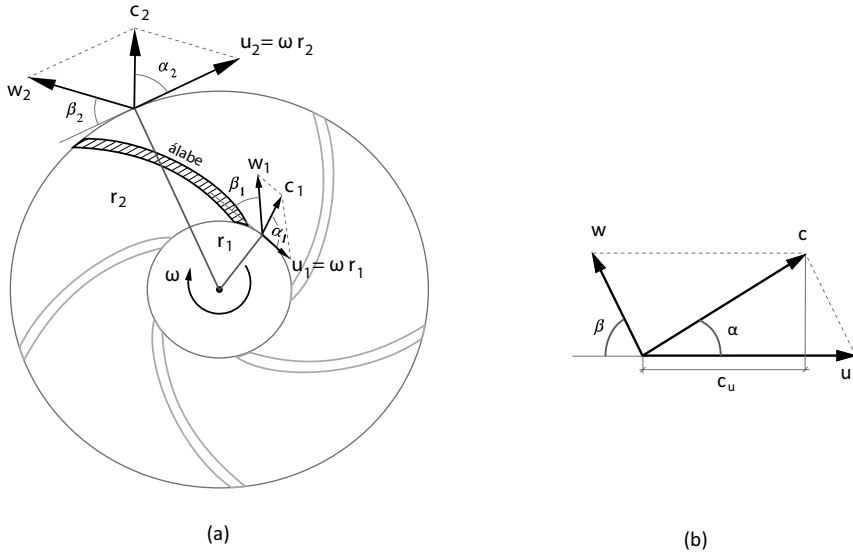


Figura 2.18: (a) Triángulos de velocidades para un rodete radial. (b) Componentes del triángulo de velocidades para flujo radial.

La ecuación 2.47 se denomina *primera forma de la ecuación de Euler*. Para ventiladores, lo usual es calcular el incremento de presión total de acuerdo a:

$$\Delta p_{t\infty} = \rho (c_{2u}u_2 - c_{1u}u_1) \quad (2.48)$$

De la figura 2.18 se extrae que:

$$\begin{aligned} c_{1u} &= c_1 \cos \alpha_1 \\ c_{2u} &= c_2 \cos \alpha_2 \end{aligned} \quad (2.49)$$

Aplicando el teorema del coseno al triángulo mostrado:

$$w_1^2 = c_1^2 + u_1^2 - 2u_1c_1\cos\alpha_1 = u_1^2 + c_1^2 - 2u_1c_{1u} \rightarrow u_1c_{1u} = \frac{1}{2}(u_1^2 + c_1^2 - w_1^2) \quad (2.50)$$

$$w_2^2 = c_2^2 + u_2^2 - 2u_2c_2\cos\alpha_2 = u_2^2 + c_2^2 - 2u_2c_{2u} \rightarrow u_2c_{2u} = \frac{1}{2}(u_2^2 + c_2^2 - w_2^2) \quad (2.51)$$

Y sustituyendo en 2.47, queda:

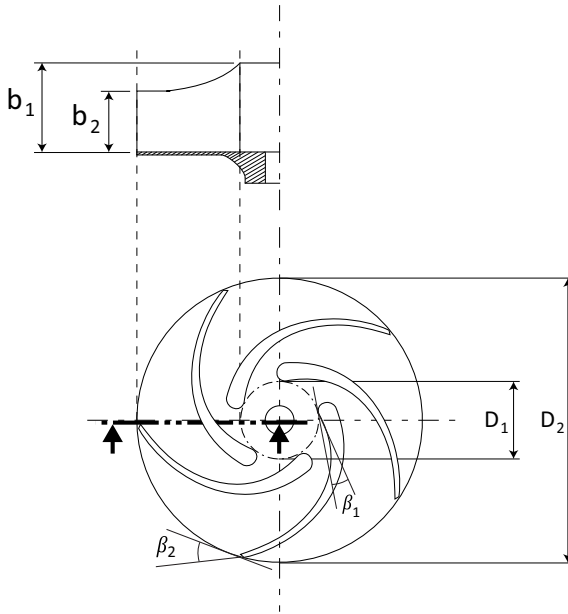
$$H_{t\infty} = \pm \left(\frac{u_1^2 - u_2^2}{2g} + \frac{c_1^2 - c_2^2}{2g} + \frac{w_2^2 - w_1^2}{2g} \right) \quad (2.52)$$

La ecuación 2.52 se conoce como *segunda forma de la ecuación de Euler*.

EJEMPLO 1

Dada una bomba radial, de la que se conocen todos los parámetros geométricos indicados en la figura, tal que: $D_1 = 150\text{mm}$, $b_1 = 50\text{mm}$, $\beta_1 = 15^\circ$, $D_2 = 450\text{mm}$, $b_2 = 30\text{mm}$, $\beta_2 = 30^\circ$, y cuya velocidad de giro también es conocida, $n = 1400\text{rpm}$. Determine:

- Caudal suministrado por la bomba.
- Altura de Euler de la bomba, $H_{r\infty}$.



Solución:

a)

$$u_1 = \frac{\pi n D_1}{60} = 10.99\text{m/s}$$

$$c_{1m} = u_1 \tan \beta_1 = 2.946\text{m/s}$$

$$Q = \pi D_1 b_1 c_{1m} = 0.069\text{m}^3/\text{s}$$

Resp apart. (a)

b)

$$H_{t\infty} = \frac{1}{g} (c_{2u}u_2 - c_{1u}u_1)$$

donde

$$u_2 = \frac{\pi n D_2}{60} = 32.987 \text{ m/s}$$

Como

$$c_{1u} = 0 \quad \rightarrow \quad H_{t\infty} = \frac{1}{g} c_{2u} u_2$$

y por continuidad

$$c_{2m} = \frac{c_{1m} b_1 D_1}{D_2 b_2} = 1.637 \text{ m/s}$$

según el triángulo de velocidades en la salida

$$c_{2u} = u_2 - \frac{c_{2m}}{\operatorname{tg} \beta_2} = 30.152 \text{ m/s}$$

Entonces

$$H_{t\infty} = \frac{1}{g} c_{2u} u_2 = 101.387 \text{ m}$$

Resp apart. (b)

2.5.3 Ecuación de Bernoulli para el movimiento relativo

Para el movimiento relativo, la ecuación de conservación de cantidad de movimiento en forma diferencial para líquidos es:

$$\rho \frac{\partial \vec{w}}{\partial t} + \rho \vec{w} \cdot \nabla \vec{w} = -\nabla p + \nabla \bar{\tau}' + \rho \vec{f}_m \quad (2.53)$$

Tal y como se ha hecho en los puntos anteriores de este capítulo, el flujo relativo se asumirá estacionario. La deducción de la ecuación de Bernoulli exige que el fluido sea ideal, por lo que el término $\nabla \bar{\tau}'$ se anula. Proyectando la ecuación 2.53 sobre la dirección de la línea de corriente, siendo el vector unitario tangente a la velocidad $\frac{\vec{dl}}{|\vec{dl}|}$, se obtiene:

$$\frac{\vec{dl}}{|\vec{dl}|} (\rho \vec{w} \cdot \nabla \vec{w}) = \frac{\vec{dl}}{|\vec{dl}|} (-\nabla p + \rho \vec{f}_m) \quad (2.54)$$

Con las hipótesis consideradas el resultado del producto escalar se escribe:

$$\rho \frac{\partial}{\partial l} \left(\frac{w^2}{2} \right) = -\frac{\partial p}{\partial l} + \rho f_{m-l} \quad (2.55)$$

donde f_{m-l} es la componente de las fuerzas másicas en la dirección de la línea de corriente. Si el rodete está sometido a rotación uniforme, las fuerzas másicas se reducen a:

$$\vec{f}_m = \vec{g} - \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) - 2\vec{\omega} \times \vec{w} \quad (2.56)$$

En general, en turbomáquinas hidráulicas, el tamaño de la máquina es pequeño en comparación al resto de las alturas intercambiadas, por lo que no se considera la gravedad. El término de Coriolis es normal al vector velocidad, por lo que no tiene componente en la dirección de la línea de corriente. Proyectando 2.56 sobre la línea de corriente, recordando que la fuerza centrífuga puede derivarse de un potencial, se tiene:

$$f_{m-l} = -\frac{\partial U}{\partial l} = -\frac{\partial}{\partial l} \left(-\frac{\omega^2 r^2}{2} \right) \quad (2.57)$$

y reordenando los términos de 2.55:

$$\frac{\partial}{\partial l} \left[\frac{p}{\rho} - \frac{\omega^2 r^2}{2} + \frac{w^2}{2} \right] = 0 \quad (2.58)$$

es decir, el término $\frac{p}{\rho} - \frac{\omega^2 r^2}{2} + \frac{w^2}{2}$ permanece constante a lo largo de una línea de corriente. El valor de dicha constante, en general, será distinto para cada una de ellas.

Integrando la ecuación 2.58 a lo largo de la línea de corriente que entra en el rotor en el punto 1 y lo abandona en el punto 2, como se ilustra en la figura 2.19, se llega a:

$$\frac{p_1 - p_2}{\rho} + \frac{w_1^2 - w_2^2}{2} + \frac{u_2^2 - u_1^2}{2} = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{p_1 - p_2}{\rho} = \frac{u_1^2 - u_2^2}{2} + \frac{w_2^2 - w_1^2}{2} \quad (2.59)$$

En esta expresión se pone de manifiesto que el incremento de energía de presión de una partícula fluida que atraviese el rotor es debido a dos causas: el trabajo de las fuerzas centrífugas sobre la partícula y la variación en la magnitud de la velocidad relativa. En flujo incompresible, esta variación sólo puede ser debida a un cambio en la sección transversal de paso.

Aplicando la ecuación de la energía mecánica, para un sistema de referencia fijo,

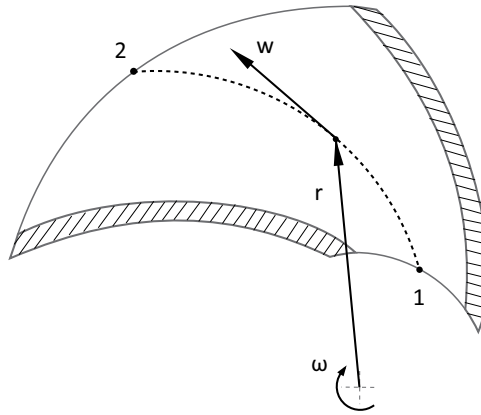


Figura 2.19: Línea de corriente relativa en un rodete centrífugo en régimen estacionario.

la energía específica intercambiada en el rotor por dicho filamento de corriente valdrá:

$$\frac{p_1 - p_2}{\rho} + \frac{c_1^2 - c_2^2}{2} = \pm g H_{T\infty} \quad (2.60)$$

e incluyendo las alturas de entrada y salida, se obtiene la expresión de forma generalizada:

$$g(z_1 - z_2) + \frac{p_1 - p_2}{\rho} + \frac{c_1^2 - c_2^2}{2} = \pm g H_{T\infty} \quad (2.61)$$

La ecuación 2.61 se conoce como *tercera forma de la ecuación de Euler*.

2.5.4 Grado de reacción

Se ha dicho que en el rotor de una turbomáquina fundamentalmente se intercambian dos tipos de energía: energía de presión y energía cinética. Se denomina *altura teórica estática* al incremento de energía de presión de una partícula fluida cuando atraviesa el rotor puesto en forma de altura. Utilizando el término $H_{p\infty}$ para denotar dicha altura y de acuerdo con el resultado obtenido en 2.59, vale:

$$H_{p\infty} = \pm \frac{p_1 - p_2}{\rho g} \quad (2.62)$$

Haciendo una definición análoga para la *altura teórica dinámica*, $H_{d\infty}$, se tiene:

$$H_{d\infty} = \pm \frac{c_1^2 - c_2^2}{2g} \quad (2.63)$$

Se define el grado de reacción σ como la porción de energía mecánica específica comunicada en forma de presión (o estática) o piezométrica (caso de que fuese no despreciable el tamaño de la máquina) al rotor frente a la total.

$$\sigma = \frac{H_{p\infty}}{H_{I\infty}} \quad (2.64)$$

Utilizando las expresiones 2.62 y 2.63, el grado de reacción se puede escribir:

$$\sigma = \frac{p_1 - p_2}{\rho g H_{I\infty}} = 1 - \frac{c_1^2 - c_2^2}{2gH_{I\infty}} \quad (2.65)$$

Se ha visto al principio de este capítulo que el grado de reacción clasifica a las máquinas en máquinas de acción y máquinas de reacción. Estamos ahora en disposición de explicar estas definiciones:

- Se denominan *máquinas de acción* a aquellas en las que la energía puesta en juego entre máquina y fluido en el rotor es únicamente en forma de energía cinética. Así, las máquinas de acción tienen $\sigma = 0$. Son máquinas de admisión parcial, en las que la transferencia de energía en el rotor tiene lugar a presión atmosférica. En la práctica, no existen turbobombas de acción.
- En el rotor de una turbomáquina de reacción, máquina y fluido intercambian energía cinética y energía de presión en proporción variable según el grado de reacción. En ellas, $0 < \sigma < 1$. Son máquinas de admisión total. El aspersor de riego que figura como aplicación de la ecuación de conservación de momento cinético en la mayoría de los textos de Mecánica de Fluidos [2, 12, 22], constituye un ejemplo de una máquina de reacción pura ($\sigma = 1$).

El grado de reacción es un parámetro importante en el diseño de la máquina. En las máquinas de reacción, los conductos que forman los álabes del rotor son de sección variable, por lo que existe una contribución del cambio de la magnitud de la velocidad relativa a la energía de presión. En bombas axiales, es la única contribución a la altura de presión, ya que en un rotor axial, la fuerza centrífuga no realiza trabajo sobre la partícula fluida, y el grado de reacción queda:

$$\sigma = \frac{\frac{w_1^2 - w_2^2}{2}}{gH} = \frac{w_{2u} + w_{1u}}{2u} \quad \text{bomba axial} \quad (2.66)$$

En las máquinas de acción, la velocidad relativa apenas varía a lo largo del álabe, y dicho cambio es debido únicamente a las pérdidas hidráulicas, de manera que en el caso ideal $|\vec{w}_1| \sim |\vec{w}_2|$.

En bombas, además, cuánto mayor sea el grado de reacción mayor será el rendimiento hidráulico puesto que así se minimizan las pérdidas en la conversión de energía dinámica en energía de presión para que la velocidad del fluido en la instalación de bombeo tenga valores admisibles.

2.6 Teoría ideal unidimensional de turbomáquinas hidráulicas

Se ha comentado en la sección 2.4, que la energía específica transferida por cada línea de corriente al rotor será en general distinta, por lo que las integrales de la ecuación de Euler (Ecuación 2.43) no pueden resolverse sin conocer el campo de velocidades en la entrada y salida del rotor de la turbomáquina. Se pretende en este punto establecer una relación entre las condiciones globales de operación de la turbomáquina (velocidad de giro, par y potencia) y las velocidades medias en la entrada y salida del rotor. La primera aproximación a dichas condiciones se realiza mediante la teoría unidimensional de máquinas hidráulicas, la cual parte de los siguientes supuestos:

- La dirección de la velocidad absoluta coincide con la dirección del álabe fijo (corona directriz en bombas y distribuidor en turbinas).
- La velocidad relativa es paralela al álabe en el rotor.

Es decir, las superficies de corriente del flujo absoluto y relativo son paralelas a las superficies de los álabes fijos o móviles, respectivamente. Dicho de otro modo, todo sucede como si para cada partícula de fluido entrando al rotor, existiese un álabe que la guiase, sufriendo todas ellas idéntica desviación. Se muestra como un esquema simplificado, un rotor con 'infinitos' álabes en la figura 2.20. Conviene remarcar que es una aproximación al flujo real en las turbomáquinas, cuyo resultado se aproximará tanto más a la realidad cuanto mayor sea el número de álabes en el rotor. De ahí que se la conozca como *teoría unidimensional o del número infinito de álabes*.

Se supondrá que la velocidad es uniforme en circunferencias concéntricas con el eje, a excepción de las zonas en la que estas circunferencias intersecan a los álabes:

- \vec{c}_m se asumirá uniforme en cada sección transversal de paso. Así:

$$Q = \int_S (\vec{w} \cdot \vec{n}) dS = \int_S c_m dS = c_m S \quad (2.67)$$

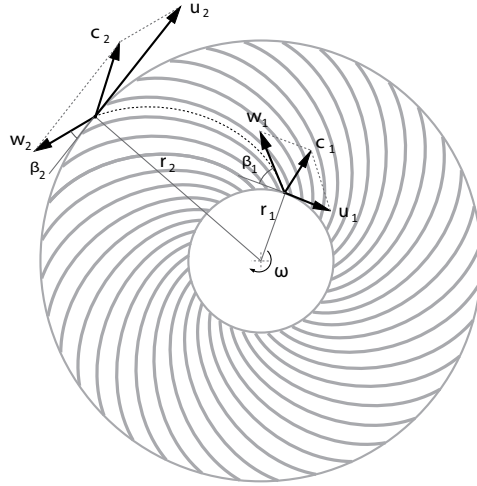


Figura 2.20: Rotor unidimensional.

para cualquier sección normal al flujo. En particular, en S_1 y S_2 :

$$c_{1m} = \frac{Q}{S_1} \quad c_{2m} = \frac{Q}{S_2} \quad (2.68)$$

- \vec{c}_u se considera uniforme en máquinas radiales. En axiales o mixtas, sólo se puede hacer esta suposición en superficies cilíndricas coaxiales con el eje de giro.

Conocida \vec{c}_m en cualquier punto:

- En los álabes fijos, se tendrá: $c = \frac{c_m}{\text{sen}\alpha}$ y $c_u = \frac{c_m}{\text{tg}\alpha}$, siendo α el ángulo formado por la tangente al álabe fijo y la velocidad acimutal.
- En los álabes del rotor, se supondrá: $c = \frac{c_m}{\text{sen}\alpha}$ y $c_u = u - c_m \text{tg}\beta$, donde β es el ángulo formado por la tangente al álabe del rotor y la dirección circunferencial.

2.6.1 Teoría ideal unidimensional para turbomáquinas radiales

Con las hipótesis hechas en el párrafo precedente, en turbomáquinas radiales, la altura teórica es la misma para todos los filamentos de corriente que atraviesen el

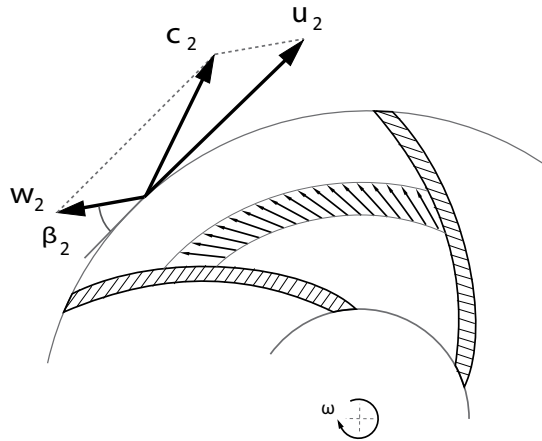


Figura 2.21: Distribución de velocidades. Teoría unidimensional.

rotor, cuya distribución de velocidades se muestran en la figura 2.21, y la expresión:

$$E_{t\infty} = \pm (c_{1u}u_1 - c_{2u}u_2) \quad (2.69)$$

o, puesta en forma de altura:

$$H_{t\infty} = \pm \frac{1}{g} (c_{1u}u_1 - c_{2u}u_2) \quad (2.70)$$

es aplicable a la totalidad del flujo. Por tanto, para turbomáquinas radiales, las estimaciones de la potencia y del par en el eje obtenidas con ayuda de la teoría unidimensional son:

- Potencia teórica

$$P_{t\infty} = \pm \rho Q (c_{1u}u_1 - c_{2u}u_2) \quad (2.71)$$

- Par en el eje teórico

$$M_{t\infty} = \pm \rho Q (c_{1u}r_1 - c_{2u}r_2) \quad (2.72)$$

2.6.2 Teoría ideal unidimensional de turbomáquinas axiales

De acuerdo con la teoría unidimensional, el valor de \vec{c}_u en máquinas axiales es uniforme en la superficie lateral de cilindros coaxiales con el eje de giro. En este tipo de máquinas, en el rotor, una partícula de fluido no varía su distancia al eje.

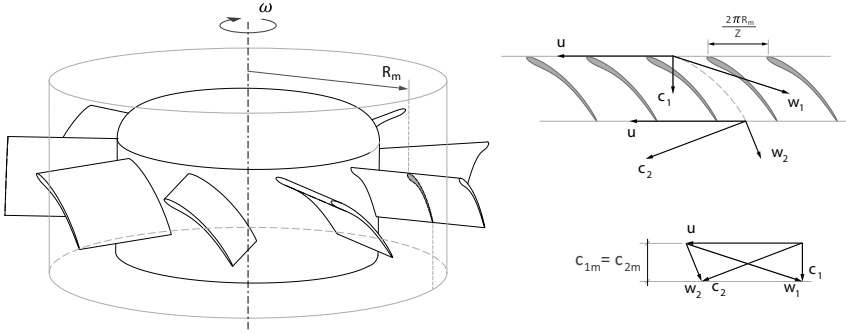


Figura 2.22: Desarrollo cilíndrico de la sección media.

Además, la expresión 2.68 aplicada a un rotor axial conduce a:

$$c_{1m} = c_{2m} \quad (2.73)$$

Desarrollando una de estas superficies, como se muestra en la figura 2.22. Así, la altura de Euler para un rotor axial se puede escribir:

$$H_{r\infty} = \pm \frac{u}{g} (c_{1u} - c_{2u}) \quad (2.74)$$

Para llegar a estimaciones globales, análogas a las que se han mostrado en 2.71 y 2.72 para el rotor radial, $H_{r\infty}$ debe ser igual para todas las superficies de corriente. Es decir, se tendría que satisfacer, para cualquier superficie de corriente:

$$r(c_{1u} - c_{2u}) = cte \quad (2.75)$$

además se cumple que para bombas $c_{1u} \cos \alpha_1 \rightarrow 0$ y en turbinas $c_{2u} \cos \alpha_2 \rightarrow 0$.

En consecuencia a través de un rotor axial de una turbobomba: siendo constante para todas las direcciones cilíndricas, por lo que:

$$c_{2u}u_2 - c_{1u}u_1 = u(c_{2u} - c_{1u}) = \omega r(c_{2u} - c_{1u}) = cte \Rightarrow r(c_{2u} - c_{1u}) = cte \quad (2.76)$$

En bombas, $c_{1u} = 0$, o bien está uniformemente distribuida, con lo que la condición 2.75 se convierte en:

$$\begin{aligned} c_{1u}r_1 &= cte_1 \\ c_{2u}r_2 &= cte_2 \end{aligned} \quad (2.77)$$

y se puede deducir que los ángulos del álabe a la salida deben seguir una cierta

ley con la distancia al eje:

$$\operatorname{tg}\beta = \frac{c_m}{u - c_u} = \frac{c_m}{\omega r - \frac{c_e}{r}} = \frac{rc_m}{\omega r^2 - c_e} \quad (2.78)$$

2.6.3 Notas a la teoría unidimensional

En las turbinas hidráulicas, el flujo sigue el contorno del álabe sin desprendimientos y esta teoría conduce a resultados que concuerdan con los experimentales. Así, en las turbinas hidráulicas, $H_{t\infty}$ y $E_{t\infty}$ representan una buena aproximación a la altura útil H_t y a la energía específica absorbida por el rodete E_t en puntos de funcionamiento no alejados del de diseño. De este modo, el método unidimensional es válido generalmente sin corrección en las turbinas hidráulicas y se considerará:

- Altura de Euler

$$H_t = \frac{1}{g}(c_{1u}u_1 - c_{2u}u_2) \quad (2.79)$$

- Energía específica intercambiada

$$E_t = c_{1u}u_1 - c_{2u}u_2 \quad (2.80)$$

En el caso de las bombas, la teoría unidimensional se aleja más de la realidad. Los resultados dados por la teoría unidimensional, $E_{t\infty}$ y $H_{t\infty}$, deben ser corregidos para aproximarse a la altura útil H_t y la energía específica E_t . En el capítulo de bombas, profundizaremos sobre este efecto y el empleo del *factor de disminución de trabajo*, e_z que será más próximo a la unidad cuanto mayor sea el número de álabes. Simplemente adelantar aquí las expresiones de energía específica y altura de Euler:

$$E_t = e_z E_{t\infty} = e_z(c_{2u}u_2 - c_{1u}u_1) \quad (2.81)$$

$$H_t = e_z H_{t\infty} = e_z \frac{1}{g}(c_{2u}u_2 - c_{1u}u_1) \quad (2.82)$$

El planteamiento para los ventiladores es análogo a las bombas, y el incremento de presión total corregido que el ventilador comunica al fluido se estima a través de:

$$\Delta p_t = e_z \Delta p_{t\infty} = e_z \rho (c_{2u}u_2 - c_{1u}u_1) \quad (2.83)$$

2.6.3.1 Paradoja de la teoría unidimensional

El par en el eje de la turbomáquina, siguiendo el método unidimensional, se puede calcular conforme a:

$$M = \frac{Q\rho g H_{T\infty}}{\omega} \quad (2.84)$$

Dicho par es provocado por la diferencia de las fuerzas entre las caras del álabe. La distribución uniforme de velocidades en la sección de paso apareja una distribución de presiones igualmente uniforme, como consecuencia de lo cual, la resultante de las fuerzas sobre ambas caras del álabe sería nula, y en contraste con la expresión (2.84), $M = 0$.

2.7 Movimiento bidimensional en turbomáquinas hidráulicas

El flujo real dentro de una turbomáquina es tridimensional, e incluye efectos asociados a la viscosidad del fluido, desprendimientos de capa límite, corrientes secundarias, recirculaciones y otros efectos disipativos. Todo ello reducirá los rendimientos, potencias o alturas obtenidas mediante el estudio bidimensional ideal que se aborda en esta sección. No obstante, numerosos estudios avalan la bondad de este método, dando en general resultados muy próximos a la realidad, y permitiendo un análisis sistemático detallado [18, 23].

2.7.1 Teoría ideal bidimensional de turbobombas radiales

Si el número de álabes fuese infinito y el flujo estuviese perfectamente guiado, el ángulo de salida del flujo coincidiría con el geométrico del álabe. No obstante, como se justificó en el apartado 2.6.3.1, la existencia de un par no nulo exige una diferencia de presiones entre las caras del álabe, por lo que, la velocidad no será uniforme a lo largo de la sección transversal a la línea de corriente. Como la presión en la salida es común, para todas las líneas de corriente a lo ancho de cada canal, las velocidades a la salida se uniformizan, aunque la velocidad media no coincidirá con la correspondiente predicha por la teoría del número infinito de álabes, y el ángulo de salida no coincidirá con el geométrico del álabe. Denotaremos en lo que sigue con prima (') a las componentes modificadas de acuerdo a este supuesto.

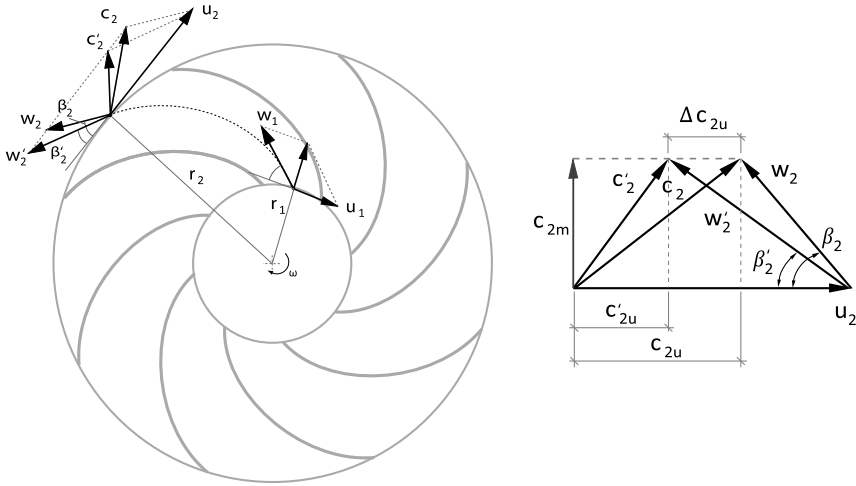


Figura 2.23: Rotor bidimensional.

A partir de la figura 2.23 se extrae que $c'_{2u} = c_{2u} - \Delta c_{2u}$ ya que β_2 pasa a ser β'_2 y, generalmente, $\beta'_2 < \beta_2$. El efecto del número infinito de álabes es menos importante en turbinas.

Con estas consideraciones la expresión de la altura teórica, se vería modificada de la siguiente manera:

$$H_{t\infty} = \pm \frac{1}{g} (c_{2u\infty} u_2 - c_{1u} u_1) \Rightarrow H_t = \pm \frac{1}{g} ((c_{2u} - \Delta c_{2u}) u_2 - c_{1u} u_1) \quad (2.85)$$

2.7.2 Ecuaciones del movimiento relativo bidimensional

El flujo bidimensional se caracteriza por emplear únicamente dos componentes para definir la velocidad, asumiendo que la configuración del flujo es idéntica en todos los planos paralelos al formado por estas dos componentes. Sea un rotor centrífugo de alto b constante, en el que se supone un movimiento del fluido incompresible completamente bidimensional. De la ecuación de conservación de la cantidad de movimiento se tiene:

$$\frac{\partial \vec{w}}{\partial t} + \nabla \left(\frac{w^2}{2} \right) - \vec{w} \wedge (\nabla \wedge \vec{w}) = -\frac{\nabla p}{\rho} + \frac{\mu}{\rho} \Delta \vec{w} + \vec{f}_m \quad (2.86)$$

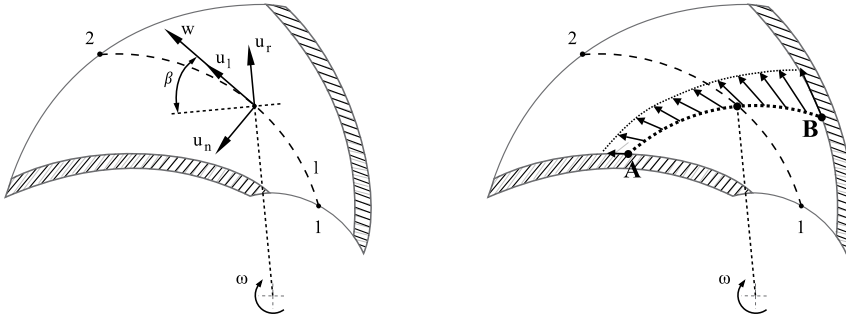


Figura 2.24: Vectores característicos de la línea de corriente en un álabe radial.

donde:

$$\vec{f}_m = \vec{g} - \vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \vec{r}) - 2(\vec{\omega} \wedge \vec{w}) = -\nabla \left(\vec{g}\vec{x} - \frac{\omega^2 r^2}{2} \right) - 2(\vec{\omega} \wedge \vec{w}) \quad (2.87)$$

El movimiento relativo, a diferencia del absoluto, es estacionario, con lo cual $\frac{\partial}{\partial t} \sim 0$, además dado que el número de Reynolds es elevado, el factor $\frac{\mu}{\rho} \Delta \vec{w}$ va a ser pequeño, y el tamaño de la máquina es menor que las alturas intercambiadas, por lo que se puede considerar el término $\nabla(\vec{g}\vec{x})$ despreciable, se tiene:

$$\nabla \left[\frac{w^2}{2} + \frac{p}{\rho} - \frac{\omega^2 r^2}{2} \right] = \vec{w} \wedge (\nabla \wedge \vec{w}) - 2(\vec{\omega} \wedge \vec{w}) \quad (2.88)$$

Si se proyecta la ecuación sobre la línea de corriente de dirección $\frac{d\vec{l}}{|d\vec{l}|} = \vec{u}_l$, tal y como se muestra en la figura 2.24, dado que el segundo miembro de la ecuación 2.88 es nulo, se tiene que:

$$\frac{\partial}{\partial l} \left(\frac{w^2}{2} + \frac{p}{\rho} - \frac{\omega^2 r^2}{2} \right) = 0 \rightarrow \frac{p}{\rho} + \frac{w^2}{2} - \frac{u^2}{2} = cte \quad (2.89)$$

Esta suma es constante a lo largo de cada línea de corriente, aunque en general, de valor distinto para cada una de las líneas a lo ancho del canal.

Si la proyección se realiza sobre la dirección normal:

$$\nabla \left[\frac{w^2}{2} + \frac{p}{\rho} - \frac{\omega^2 r^2}{2} \right] \vec{u}_n = \vec{w} \wedge (\nabla \wedge \vec{w}) \vec{u}_n - 2(\vec{\omega} \wedge \vec{w}) \vec{u}_n \quad (2.90)$$

extendiendo el primer término:

$$w \frac{\partial w}{\partial n} + \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{p}{\rho} \right) - u \frac{\partial u}{\partial n} = \vec{w} \wedge (\nabla \wedge \vec{w}) \vec{u}_n - 2(\vec{\omega} \wedge \vec{w}) \vec{u}_n \quad (2.91)$$

Se puede demostrar [7], que $\nabla \wedge \vec{w} = \left(\frac{w}{R_c} - \frac{\partial w}{\partial n} \right) \vec{u}_n$, siendo R_c el radio de curvatura de la trayectoria, por lo que se tiene: $\vec{w} \wedge (\nabla \wedge \vec{w}) \vec{u}_n = -w \left(\frac{w}{R_c} - \frac{\partial w}{\partial n} \right)$. Además siendo el término de Coriolis: $-2(\vec{\omega} \wedge \vec{w}) \vec{u}_n = -2\omega w$, la ecuación 2.91 queda:

$$w \frac{\partial w}{\partial n} + \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{p}{\rho} \right) - u \frac{\partial u}{\partial n} = -\frac{w^2}{R_c} + w \frac{\partial w}{\partial n} - 2\omega w \quad (2.92)$$

Simplificando se tiene:

$$\frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{p}{\rho} - \frac{u^2}{2} \right) + \frac{w^2}{R_c} + 2\omega w = 0 \quad (2.93)$$

Por consiguiente, las ecuaciones para el movimiento relativo bidimensional serán:

$$\frac{\partial}{\partial l} \left(\frac{p}{\rho} - \frac{u^2}{2} \right) + w \frac{\partial w}{\partial l} = 0 \quad \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{p}{\rho} - \frac{u^2}{2} \right) + \frac{w^2}{R_c} + 2\omega w = 0 \quad (2.94)$$

2.7.3 Corrección de la teoría ideal

Empleando la teoría bidimensional de un fluido, sección 2.7.2, se puede resolver el flujo en los álabes por superposición de dos flujos: un flujo del caudal de cálculo sin movimiento de giro, y un flujo sin caudal neto, pero con movimiento de giro del rotor, que genera un movimiento giratorio entre los álabes de sentido opuesto al del rotor, véase figura 2.25. El flujo absoluto es irrotacional. Sin embargo, la partícula a medida que avanza en su trayectoria en el rotor, va siendo animada por una aceleración tangencial, que tiene que compensarse por un giro en sentido opuesto a la velocidad angular de la máquina (torbellino irrotacional).

La teoría bidimensional proporciona soluciones generales para ciertos casos, como álabes radiales que siguen una espiral logarítmica. Suponiendo que todas las líneas de corriente parten del mismo punto, es decir: $-\frac{\partial w}{\partial n} + \frac{w}{R_c} + 2\omega = 0$, se puede calcular el caudal asociado al flujo relativo integrando a lo largo de una línea que corte ortogonalmente a las líneas de corriente:

$$\int_A^B w(\vec{n}) dn \quad (2.95)$$

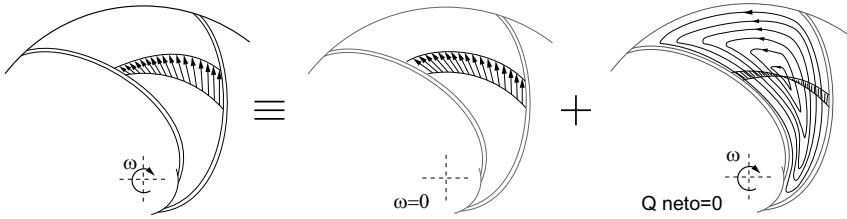


Figura 2.25: Descomposición del movimiento relativo del fluido girando en una turbomáquina radial.

Para realizar dicho cálculo se supone un valor inicial de velocidad relativa en el punto A, w_A , y si el resultado no es el caudal, se realiza un proceso iterativo hasta alcanzar la solución.

Sin necesidad de emplear las ecuaciones de la sección 2.7.2, existen diferentes métodos para obtener la corrección a la que se somete la teoría unidimensional por el efecto de la desviación angular del flujo en la salida. En general, estas correcciones se pueden trasladar a la expresión de la altura teórica como un coeficiente de disminución del trabajo, e_z , de tal modo que $H_t = H_{t\infty} e_z$. Por lo tanto cuando el número de álabes (z), tiende a infinito, $e_z \rightarrow 1$. Sin profundizar en la deducción de los mismos, estos se pueden dividir en:

- Métodos basados en la rotación de la corriente relativa:

- Corrección de Stodola.

Propone una corrección en base a la expresión $\Delta c_{2u} = K \frac{\pi}{z} u_2 \text{sen} \beta_2$, siendo K un coeficiente experimental dependiente del número de álabes z , y del ángulo β_2 . Véanse los valores propuestos por Stodola en la tabla 2.1. De acuerdo a esta expresión, el coeficiente corrector propuesto se define como:

$$e_z = \frac{c_{2u} - \Delta c_{2u}}{c_{2u}}$$

Cuando z tiende a infinito, $\Delta c_{2u} \rightarrow 0$ y por lo tanto $e_z \rightarrow 1$. En base a los anteriores parámetros, el coeficiente corrector viene dado por la expresión siguiente:

$$e_z = 1 - K \pi \frac{\text{sen} \beta_2}{z c_{2u}} u_2 \quad (2.96)$$

- Métodos que utilizan Bernoulli:

Tabla 2.1: Coeficiente K , en función de β_2 .

β_2 :	10°	20°	30°	40°	60°	90°
z: 4-8	1.4	1.1	0.9	0.75	0.6	0.55
z: 8-16	1.4	1.15	1	0.85	0.7	0.65

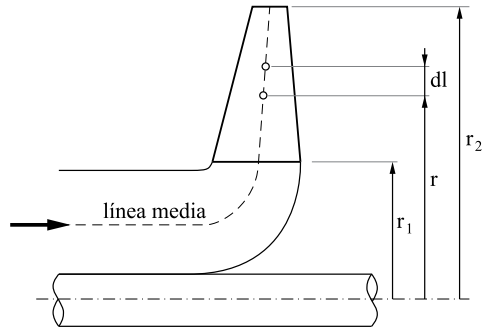


Figura 2.26: Momento estático de la línea media.

– Corrección de Pfeleiderer.

Partiendo de la diferencia de presiones media a través de cada canal, y relacionándolo con las velocidades en cada canal mediante Bernoulli, se obtiene el factor de disminución de trabajo (consulte la referencia [16] para ampliar conocimientos), que viene dado por la siguiente expresión:

$$e_z = \frac{1}{1 + \frac{\psi r^2}{zL}} \quad (2.97)$$

Donde los valores de L , momento estático de la línea media de un álabe en su representación meridional, dependen del tipo de turbomáquina. Siendo $L = \int_{r_1}^{r_2} r dx$, y por lo tanto el momento estático de la línea media, es el que se muestra en la figura 2.26.

1. En rodetes radiales: $L = \frac{1}{2} (r_2^2 - r_1^2)$
2. En rodetes axiales: $r_1 = r_2 = r \rightarrow L = re$ donde e representa la dimensión en el desarrollo cilíndrico que se muestra en la figura 2.27.
3. En rodetes diagonales, se aproxima la integral por una suma finita: $L = \Sigma r \Delta x$, siendo Δx el segmento de la línea media y r el radio del centro de gravedad correspondiente a cada segmento Δx .

Para el cálculo de ψ el propio Pfeleiderer recomienda el empleo de las

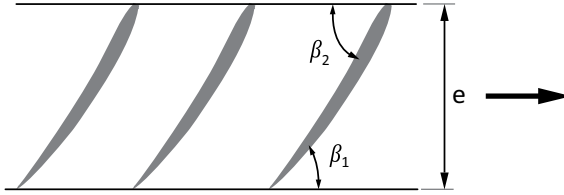


Figura 2.27: Desarrollo cilíndrico de un rodete de bomba axial.

siguientes fórmulas:

$$\begin{aligned}\psi &= (0.55 \div 0.68) + 0.6 \operatorname{sen} \beta_2 \\ \psi &= (0.68 \div 0.85) \left(1 + \frac{\beta_2}{60}\right)\end{aligned}\quad (2.98)$$

– Corrección de Eck.

Eck, por su parte recomienda valores del factor de disminución de trabajo dependiendo de la relación entre r_1 y r_2 tal que:

$$\begin{aligned}\frac{r_1}{r_2} < 0.5 \quad e_z &= 1 - \pi \frac{\operatorname{sen} \beta_2}{z} \\ \frac{r_1}{r_2} \simeq 0.5 \quad e_z &= \frac{1}{1 + \frac{4\pi}{3} \frac{\operatorname{sen} \beta_2}{z}}\end{aligned}\quad (2.99)$$

2.7.4 Cascada de álabes móviles

Considere un rodete axial de una turbina con infinitos álabes, en el que cada partícula se encuentra perfectamente guiada por los mismos. Se representa en la figura 2.28, el desarrollo de superficie cilíndrica que dista r del eje de giro de la máquina. Si se calcula la circulación a lo largo de la línea cerrada $PQRS$, donde las líneas SP , y RQ son dos líneas de corriente, y PQ y RS son paralelas a la velocidad circunferencial, y cierran la línea, se tiene:

$$\Gamma = \oint_{PQRS} \vec{v} \cdot d\vec{l} = \int_{PQ} \vec{v} \cdot d\vec{l} + \int_{QR} \vec{v} \cdot d\vec{l} + \int_{RS} \vec{v} \cdot d\vec{l} + \int_{SP} \vec{v} \cdot d\vec{l} \quad (2.100)$$

Al ser dos líneas de corriente paralelas, $\int_{PQ} \vec{v} \cdot d\vec{l} = -\int_{RS} \vec{v} \cdot d\vec{l}$, entonces:

$$\Gamma = (w_{2u} - w_{1u}) \cdot y \quad (2.101)$$

Considerando el volumen de control definido por la superficie acotada por dicha línea, y altura unidad, la ecuación de continuidad se escribe como:

$$\dot{m} = \rho \cdot w_{1x} \cdot y = \rho \cdot w_{2x} \cdot y = \rho \cdot w_x \cdot y \quad (2.102)$$

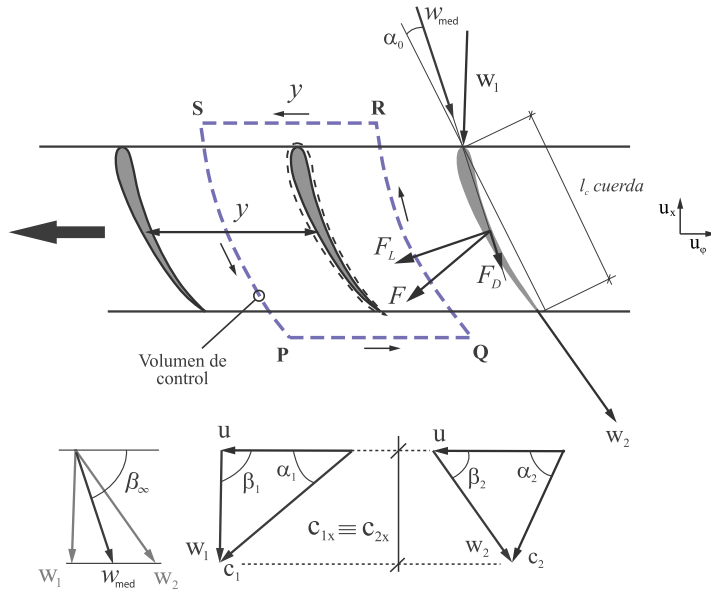


Figura 2.28: Cascada de álabes móviles.

Aplicando conservación de la cantidad de movimiento a dicho volumen de control, y asumiendo despreciables los efectos viscosos:

$$\int \rho \vec{v} \cdot (\vec{v} \cdot \vec{n}) ds = - \int p \cdot \vec{n} ds - \vec{F} \quad (2.103)$$

$$\rho w_x y \cdot (w_{2u} - w_{1u}) \vec{u}_\phi = (p_2 - p_1) y \vec{u}_x - \vec{F} \quad (2.104)$$

donde $-\vec{F}$ es la resultante de las fuerzas que ejerce el álabe sobre la superficie de control:

$$\vec{F}_x = y(p_1 - p_2) (-\vec{u}_x) \quad (2.105)$$

$$\vec{F}_u = \rho w_x y \cdot (w_{2u} - w_{1u}) (-\vec{u}_\phi) \quad (2.106)$$

Si el fluido es ideal:

$$p_2 - p_1 = \frac{\rho}{2} (w_{1u}^2 - w_{2u}^2) = \frac{\rho}{2} (w_{1u} - w_{2u}) \cdot (w_{1u} + w_{2u}) \quad (2.107)$$

Definiendo $w_{med-u} = \frac{(w_{1u} + w_{2u})}{2}$, se tiene que $p_2 - p_1 = \rho (w_{1u} - w_{2u}) \cdot w_{med-u}$. Gráficamente se puede obtener el vector de velocidad relativa media, \vec{w}_{med} , trazando la mediana como se muestra en la figura 2.28, o como suma vectorial de sus dos

componentes:

$$\vec{w}_{med} = \vec{w}_x + \frac{(w_{1u} + w_{2u})}{2} \vec{u}_\varphi \quad (2.108)$$

Sustituyendo en las ecuaciones 2.105 y 2.106:

$$F_x = \rho w_{med-u}(w_{1u} - w_{2u}) \cdot y = -\rho w_{med-u} \cdot \Gamma \quad (2.109)$$

$$F_u = -\rho w_{med-x}(w_{1u} - w_{2u}) \cdot y = -\rho w_{med-x} \cdot \Gamma \quad (2.110)$$

siendo el módulo $F = \rho w_{med} \cdot \Gamma$. Es decir, sin rozamiento, la fuerza sobre el álabe es normal a la velocidad w_{med} , como se puede ver en la figura 2.28. Nótese que los signos en las expresiones 2.109 y 2.110 indican que la fuerza sobre el álabe de la figura 2.28 es hacia abajo y hacia la izquierda respectivamente.

Del estudio aerodinámico de un álabe aislado [7], de cuerda l_c , sobre el que incide un fluido ideal con una velocidad de la corriente libre w_∞ , y profundidad unidad, se tiene que la fuerza de sustentación sobre dicho álabe es:

$$F_L = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot C_L \cdot w_\infty^2 \cdot l_c \cdot 1 = \rho \cdot w_\infty \cdot \Gamma \quad (2.111)$$

siendo C_L el coeficiente de sustentación, y siendo la fuerza de arrastre nula.

Comparando ambos resultados, se deduce que la velocidad \vec{w}_{med} , de la figura 2.28, desempeña el mismo papel que la velocidad de la corriente libre del álabe (aunque, nótese que mientras la velocidad de la corriente libre del flujo externo se recuperará aguas abajo, en el caso de la turbomáquina, w_{med-u} varía a lo largo del álabe).

Despejando Γ en la ecuación 2.111:

$$\Gamma = \frac{1}{2} \cdot C_L \cdot w_{med} \cdot l_c \quad (2.112)$$

Para una turbina axial, se tendrá que:

$$H_t = \frac{u}{g} (c_{1u} - c_{2u}) = \frac{u}{g} \Delta w_u = \frac{u}{g} \frac{\Gamma}{y} \quad (2.113)$$

Sustituyendo y considerando que $u = \frac{\pi D n}{60}$, y que $y = \frac{\pi D}{z}$:

$$H_t = \frac{\pi \cdot z}{g \cdot 60} \cdot \frac{1}{2} \cdot C_L \cdot w_{med} \cdot l_c \quad (2.114)$$

que tendrá que conservarse de la raíz a la punta del álabe, entonces:

$$C_L \cdot w_{med} \cdot l_c = cte \text{ para todo } r \quad (2.115)$$

w_{med} aumenta con la distancia al eje de la máquina, por tanto, a fin de que todas las superficies de corriente realicen la misma contribución al par motor, el álabe se tendrá que afilar ($l_c \downarrow$) y/o variar las características aerodinámicas con el radio (torsionando o modificando el perfil).

Para un fluido real, en una turbina axial la expresión 2.107 no es válida, sino que se aplicará:

$$p_1 - p_2 = \frac{\rho}{2} (w_{2u}^2 - w_{1u}^2) + \Delta p_{roz} \quad (2.116)$$

donde $\frac{\Delta p_{roz}}{\rho}$ representa la pérdida de energía mecánica debida al rozamiento viscoso. La ecuación de conservación de la cantidad de movimiento asociada al volumen de control definido anteriormente quedará:

$$\rho w_x y (w_{2u} - w_{1u}) \vec{u}_\varphi = y (p_1 - p_2) (-\vec{u}_x) - \vec{F} \quad (2.117)$$

donde ahora $-\vec{F}$ representa la resultante de todas las fuerzas de superficie que actúan sobre el volumen de control, incluidas las viscosas.

$$F_x = (p_2 - p_1) \cdot y = \frac{\rho}{2} (w_{1u} - w_{2u}) \cdot (w_{1u} + w_{2u}) - \Delta p_{roz} \quad (2.118)$$

$$F_u = -\rho w_x (w_{1u} - w_{2u}) \cdot y \quad (2.119)$$

Sustituyendo 2.116:

$$F_x = \rho w_{med-u} (w_{1u} - w_{2u}) \cdot y - \Delta p_{roz} = -\rho w_{med-u} \Gamma - \Delta p_{roz} y \quad (2.120)$$

$$F_u = -\rho w_{med-x} \Gamma \quad (2.121)$$

Con respecto al caso de fluido ideal, la fuerza tangencial, aunque formalmente idéntica, es menor, ya que la circulación disminuirá en las turbomáquinas axiales (las pérdidas por rozamiento disminuyen la eficiencia en la conversión de la energía de presión en energía cinética de la corriente relativa en el rotor), lo que se traduce en una disminución del par motor. La carga sobre el eje se ve incrementada por efecto del rozamiento.

Realizando un análisis análogo al llevado a cabo en esta sección, pero considerando el rotor de una bomba axial, se tiene que el término: $w_{1u} - w_{2u}$, contenido en $\Gamma = (w_{1u} - w_{2u})y$, es positivo. Y el término Δp_{roz} disminuye la energía comunicada al fluido en el rotor, con lo que:

$$p_1 - p_2 = \frac{\rho}{2} (w_{2u}^2 - w_{1u}^2) - \Delta p_{roz} \quad (2.122)$$

Sustituyendo 2.122 en la expresión de la fuerza sobre el álabe, se observa como en

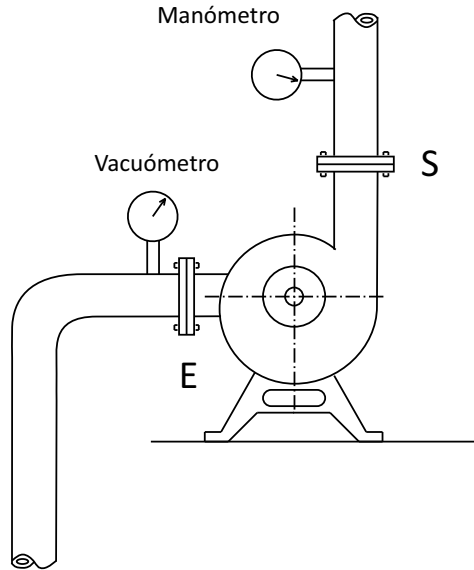


Figura 2.29: Secciones de entrada y salida en una instalación de bombeo.

las bombas axiales el rozamiento reduce la fuerza axial, ya que se tiene:

$$F_x = \rho w_{med-u} \Gamma - \Delta p_{roz} \quad (2.123)$$

$$F_u = -\rho w_{med-x} \Gamma \quad (2.124)$$

2.8 Alturas, caudales, potencias, pérdidas y rendimientos

2.8.1 Límites de entrada y salida de la máquina

- Bombas: Los límites de entrada (E) y salida (S) se sitúan entre las bridas de conexión a las tuberías de aspiración e impulsión respectivamente, donde se suelen instalar los manómetros, véase la figura 2.29. Las pérdidas entre las secciones de entrada y salida son imputables a la bomba y disminuyen su rendimiento, las que acontecen antes y después de dichos límites son imputables a la instalación y disminuyen el rendimiento de ésta, no el de la bomba.
- Turbinas: Normas internacionales.

- La entrada (E) se considera a partir de la válvula de admisión (mariposa, rodillos, etc.) A veces, si los saltos son pequeños y los caudales no muy grandes, el propio canal de admisión se ensancha formando una cámara y se dice que la turbina está instalada en cámara de agua. Como las pérdidas son pequeñas se puede considerar el nivel aguas arriba como entrada. ($H \simeq H_b$)
- La salida (S) en las turbinas de reacción dotadas de tubo de aspiración se toma al final de dicho tubo. En las turbinas de acción, la salida (S) se sitúa en el punto de tangencia del círculo cuyo diámetro es el del rodete con el eje del chorro.

2.8.2 Alturas

2.8.2.1 Alturas en turbinas

La altura entre los límites de entrada y salida de la turbina hidráulica se conoce como *altura neta* y se define como la energía específica en forma de altura puesta a disposición de la turbina. En lo que sigue, denotaremos por H dicha cantidad, que se obtiene de:

$$H = \frac{p_E - p_S}{\rho g} + z_E - z_S + \frac{c_E^2 - c_S^2}{2g} \quad (2.125)$$

Esta altura es la que aprovecharía la turbina en ausencia de pérdidas. Obviamente, parte de esta altura está asociada a las irreversibilidades en el interior de la máquina y el agua cede en el rodete una altura menor (altura de Euler), de modo que:

$$H = H_t + H_{r-int} \quad (2.126)$$

donde se ha denominado H_{r-int} a las pérdidas interiores a la turbomáquina.

Se define la *altura bruta* y se denota como H_b la diferencia geodésica entre los dos planos o niveles de carga.

$$H = H_b - H_{r-ext} \quad (2.127)$$

En una instalación de una central hidráulica, $H_b = z_A - z_z$. En el término H_{r-ext} se incluyen las pérdidas exteriores a la turbina. Observando la figura 2.30 estas pérdidas tendrán lugar entre $A - E$ (tubería forzada) y entre S y Z .

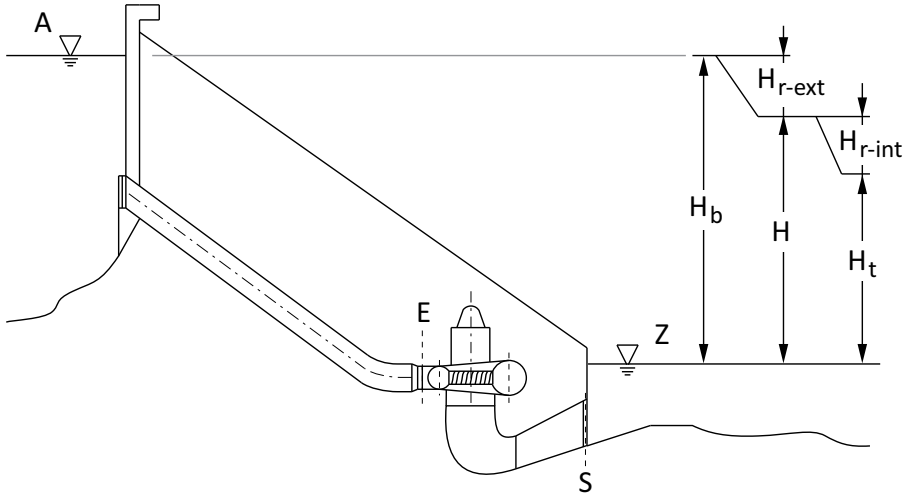


Figura 2.30: Diagrama de pérdidas. Turbinas.

2.8.2.2 Alturas en bombas

En bombas se emplean diferentes alturas, como se muestra de modo simplificado en la figura 2.31. Se define la altura efectiva como:

$$H = \frac{p_S - p_E}{\rho g} + z_S - z_E + \frac{c_S^2 - c_E^2}{2g} \quad (2.128)$$

En la mayoría de las bombas la diferencia de cotas entre entrada y salida es muy pequeña, es decir, el término $z_S - z_E$ puede despreciarse. Si además, el diámetro en la tubería de aspiración coincide con el de impulsión, despreciando fugas de caudal, se tendría $c_S = c_E$, con lo que:

$$H = \frac{p_S - p_E}{\rho g} \quad (2.129)$$

que se corresponde con la lectura del manómetro menos la del vacuómetro, colocados en S y E , respectivamente. Cuando esto sucede, a la altura efectiva se le conoce con el nombre de *altura manométrica*.

La altura efectiva se relaciona con la altura de Euler a través de la expresión:

$$H = H_t - H_{r-int} \quad (2.130)$$

donde H_{r-int} representa la altura perdida por rozamientos hidráulicos en el interior

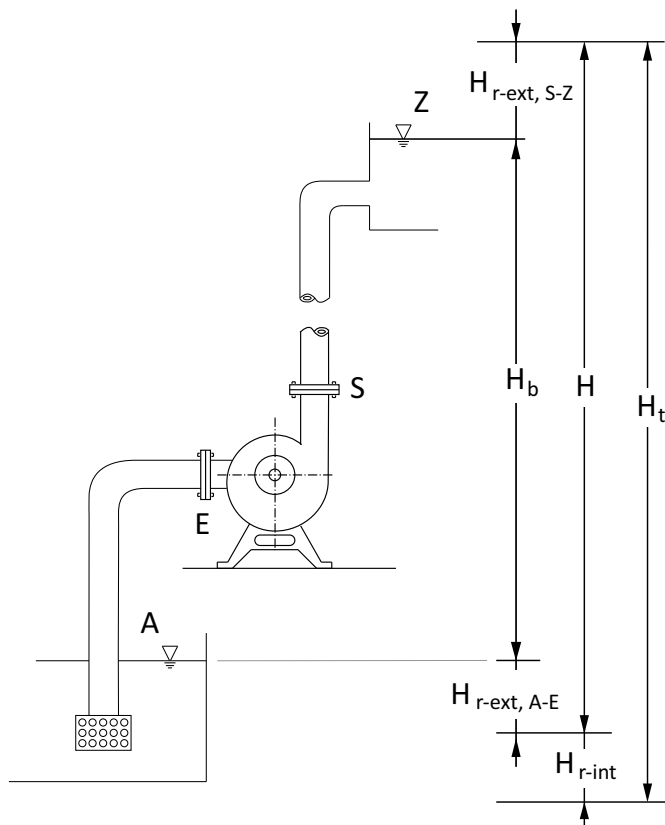


Figura 2.31: Diagrama de pérdidas. Bombas.

de la turbobomba. La altura efectiva que la bomba comunica al fluido en una determinada instalación de bombeo se emplea en incrementar la altura de presión y/o la cota de dicho fluido y en vencer las pérdidas de carga antes y después de la bomba, según:

$$H = \frac{p_Z - p_A}{\rho g} + z_A - z_Z + H_{r-ext_{A-E}} + H_{r-ext_{S-Z}} \quad (2.131)$$

siendo $H_{r-ext_{A-E}}$ y $H_{r-ext_{S-Z}}$ las pérdidas exteriores a la bomba, que tienen lugar en las tuberías de aspiración e impulsión, respectivamente.

2.8.3 Clasificación de las pérdidas y rendimientos

En las turbomáquinas, las pérdidas se dividen en cuatro grupos: pérdidas hidráulicas, pérdidas volumétricas, pérdidas mecánicas y pérdidas por rozamiento de disco y ventilación. A continuación se analizará cada tipo de pérdida en detalle:

- **Pérdidas hidráulicas:** Disminuyen la energía específica que se intercambia. Son atribuibles a tres causas: rozamiento de superficie, por rozamiento de forma y choque. El rozamiento de superficie es el resultado de la fricción fluido-fluido y fluido-pared. Las pérdidas por rozamiento de forma son debidas al desprendimiento de la capa límite producido por el complicado trazado que el fluido tiene que recorrer: cambios de dirección, de sección, etc. En primera aproximación, puede estimarse que ambas causas de pérdidas son proporcionales al cuadrado del caudal.

Las pérdidas hidráulicas por choque suceden en la entrada del fluido a los álabes móviles, cuando la tangente geométrica al álabe no coincide con la dirección de la velocidad relativa; y a la entrada de los álabes fijos de las coronas directrices de las bombas, en caso de que la dirección de la velocidad absoluta no coincida con la tangente al álabe fijo. Hacen que la turbomáquina tenga rendimientos más bajos cuando funciona fuera de su punto nominal. Las pérdidas por choque pueden suponerse proporcionales a las desviaciones del caudal con respecto al nominal al cuadrado ($\sim K''(Q - Q_n)^2$), donde Q_n es el caudal nominal.

Estas tres fuentes de pérdidas no pueden medirse por separado, sino que se engloban en el concepto de pérdidas hidráulicas y con ellas, se define el rendimiento hidráulico de la turbomáquina.

- **Pérdidas volumétricas:** Se producen tanto en turbomáquinas como en máquinas de desplazamiento positivo y disminuyen la energía específica inter-

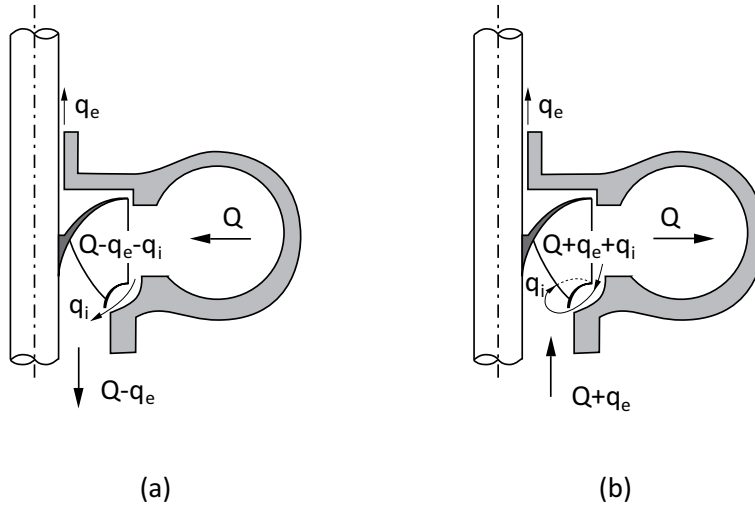


Figura 2.32: Definición de caudales. (a) Turbinas hidráulicas. (b) Turbobombas.

cambiada. Aunque la máquina en funcionamiento no muestre señales de fugas, las pérdidas interiores pueden ser importantes.

En turbinas, se define q_e como caudal de fugas externas y q_i caudal de fugas internas o de by-pass, es decir, el caudal que circula por los intersticios de la turbomáquina sin atravesar el rotor, por tanto, sin ceder su energía en él. Se une al caudal que atraviesa el rotor en el tubo de aspiración, véase la figura 2.32. Con esto, el rendimiento volumétrico quedaría definido así:

$$\eta_v = \frac{Q - q_e - q_i}{Q} \quad (2.132)$$

Al igual que ocurre en las bombas de desplazamiento positivo, las turbobombas no son capaces de desalojar todo el fluido del interior de la bomba a la tubería de impulsión. La porción de caudal no evacuada resta capacidad de aspiración de caudal fresco y se le denomina caudal de recirculación, q_i . Por las holguras entre eje y carcasa se perderá también una parte del caudal que la bomba aspira, conocida como caudal de fugas externas, q_e . Con esto, el rendimiento volumétrico vendría dado por:

$$\eta_v = \frac{Q}{Q + q_i + q_e} \quad (2.133)$$

Para minimizar las fugas se utilizan cierres hidráulicos y cierres de contacto:

- Los cierres hidráulicos minimizan las fugas dando lugar a un aumento de la resistencia de superficie y de forma, alargando y/o haciendo más intrincado el recorrido del fluido con una serie de laberintos. Se construyen en forma de anillos y se instalan por pares: uno fijo al rodete y el otro a la carcasa. Debe evitarse una excesiva estanqueidad porque puede dar lugar a un mayor rozamiento mecánico.
- Los cierres de contacto se dividen en dos grupos:
 - Prensaestopas, de materiales como algodón, amianto, grafito, etc, formando una empaquetadura prensada que disminuye el juego entre eje y carcasa por contacto directo con ésta. La fricción entre empaquetadura y eje es inevitable aunque puede reducirse mediante una lubricación importante.
 - Cierres mecánicos, por ejemplo un resorte helicoidal que comprime un anillo de caucho.

- Pérdidas mecánicas o exteriores:

Son comunes a cualquier tipo de máquina, no afectan al rendimiento interno pero suponen una disminución de la energía que la máquina restituye. Se producen por diversos motivos:

- En toda clase de cierres de contacto, prensaestopas, etc. al ejercer presión sobre el eje, y por tanto, provocar rozamientos mecánicos. Son función del tamaño de la empaquetadura, tipo, velocidad, etc. Imposibles de cuantificar mediante fórmula.
- En los cojinetes, igualmente difíciles de evaluar. Dependen del tipo cojinetes, carga, velocidad, temperatura, etc.
- Pérdidas en la transmisión (las turbomáquinas suelen ir acopladas directamente).
- Pérdidas en los accionamientos de órganos auxiliares: refrigeración, medición, control y regulación.

Las pérdidas mecánicas se pueden medir con total precisión, no obstante es muy complejo estimarlas analíticamente.

- Pérdidas por rozamiento de disco y ventilación

- Rozamiento de disco: son típicas de las máquinas giratorias. El rodete es como un disco que gira dentro de la carcasa y en su interior evoluciona el fluido de trabajo. Idealmente, este disco debería girar en vacío,

pero la realidad es que la carcasa está llena del mismo fluido. La delgada capa de fluido adyacente al rodete es impulsada hacia fuera por la fuerza centrífuga y al no poder escapar, regresa por la pared fija de la carcasa. En el interior de este torbellino, el líquido va girando con una velocidad aproximada de $\frac{\omega}{2}$. Este movimiento absorbe una potencia que puede estimarse empíricamente mediante expresiones del tipo: $P_r = cn^3D^5$ donde c es un factor experimental dependiente de la densidad del fluido, n son las revoluciones por minuto y D es el diámetro exterior del rodete. Particularizando para turbomáquinas radiales, según Pfeleiderer, $P_r = 0.027\rho n^3D^5$ y si el fluido de trabajo es agua $P_r = 7.47 \cdot 10^{-4}n^3D^5$ [kW].

- Ventilación: Sólo se dan en las turbomáquinas de admisión parcial (*turbina Pelton*). Se producen salpicaduras que inciden sobre la cubierta y rebotan de nuevo sobre el rodete o bien de un álabe sobre los contiguos. Por ello es recomendable que se dimensione con amplitud la cubierta de estas turbinas.

Tanto las pérdidas mecánicas como las pérdidas por rozamiento de disco y ventilación son directamente proporcionales al peso específico del fluido y aumentan con el diámetro de la máquina y la velocidad de giro. No disminuyen el rendimiento hidráulico. Al igual que las pérdidas mecánicas, lo que disminuyen es la potencia en el eje con respecto a la intercambiada en el rotor. Por este motivo, en este texto se englobarán en el rendimiento mecánico las pérdidas por rozamientos puramente mecánicos y las pérdidas por rozamiento de disco o ventilación, según el caso [13, 17].

2.8.4 Potencias

2.8.4.1 Turbinas

El diagrama esquemático de todas las potencias presentes en una turbina se muestra en la figura 2.33.

- Potencia neta: Es la potencia puesta a disposición de la turbina, la denotaremos por P y su valor es:

$$P = \rho gQH \quad (2.134)$$

donde Q es el caudal puesto a disposición de la turbina, es decir, la lectura de un caudalímetro situado en E , y H la altura neta.

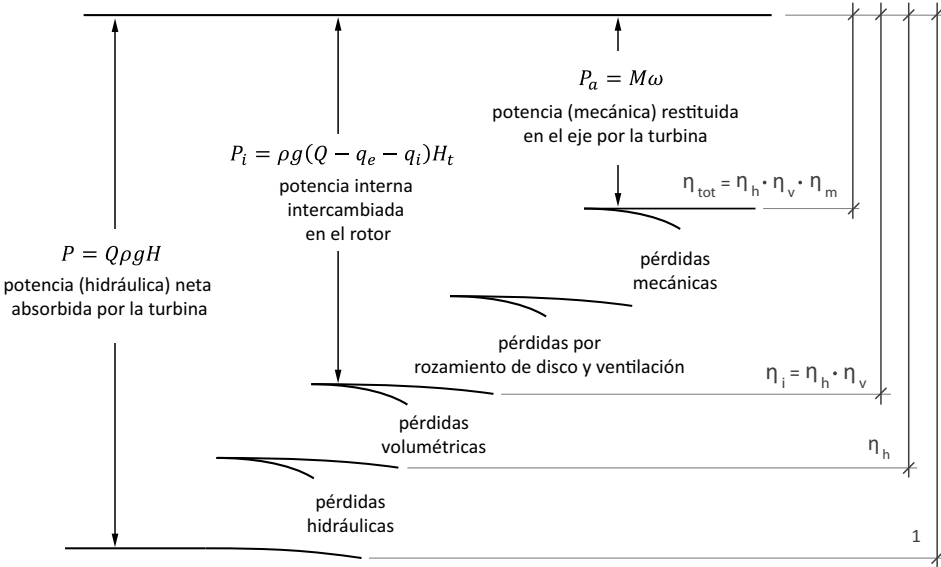


Figura 2.33: Diagrama de flujo de potencia en turbinas hidráulicas.

- Potencia interna, P_i : Es la potencia absorbida por el rotor de la turbina hidráulica:

$$P_i = \rho g(Q - q_e - q_i)H_t \quad (2.135)$$

donde H_t es la altura de Euler.

- Potencia en el eje, restituida, mecánica o al freno, P_a :

$$P_a = M\omega \quad (2.136)$$

donde ω es la velocidad angular de giro y M es el momento o par transmitido.

2.8.4.2 Bombas

De modo análogo al caso de las turbinas, se muestran las potencias presentes en una bomba en la figura 2.34, y se definen:

- Potencia efectiva: Es la potencia realmente comunicada al fluido:

$$P = \rho gQH \quad (2.137)$$

donde Q es el caudal impulsado y H la altura efectiva.

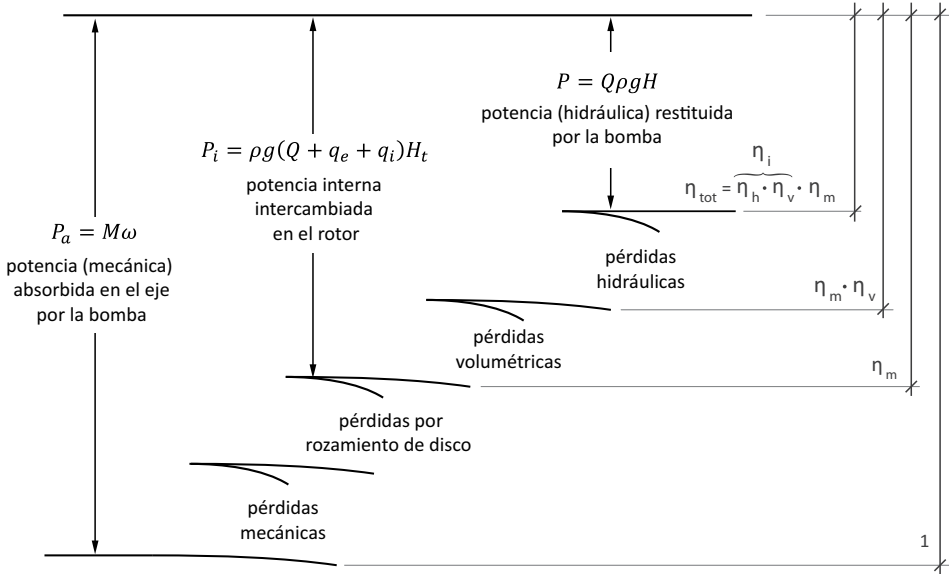


Figura 2.34: Diagrama de flujo de potencia en turbobombas.

- Potencia interna: es la potencia que el fluido absorbe en el rotor de la bomba:

$$P_i = \rho g(Q + q_e + q_i)H_t \tag{2.138}$$

siendo $Q + q_e + q_i$ el caudal en el rotor y H_t la altura de Euler.

- Potencia en el eje, mecánica o absorbida por la bomba:

$$P_a = M\omega \tag{2.139}$$

2.8.5 Rendimientos

2.8.5.1 Rendimientos en turbinas hidráulicas

En turbinas hidráulicas, se definen:

- Rendimiento hidráulico:

$$\eta_h = \frac{H_t}{H} \tag{2.140}$$

EJEMPLO 2

Al instalarse una turbina para una central hidráulica se comprueba que para un salto de $20m$ y un flujo volumétrico de $300 m^3/s$ la potencia de salida es de $50MW$. Sabiendo que el rendimiento mecánico es del 95% determinar el rendimiento interno.

Solución:

La potencia disponible en la turbina será igual a:

$$P = \rho g Q H = 1000 \cdot 9.81 \cdot 300 \cdot 20 = 58.86 MW$$

Como la potencia en el eje o de salida es conocida, entonces

$$\eta_{tot} = \frac{P_a}{P} = \frac{50}{58.86} = 0.849$$

Además, $\eta_{tot} = \eta_m \eta_i$ entonces

$$\eta_i = 0.894$$

Resp.

- Rendimiento volumétrico:

$$\eta_v = \frac{Q - q_e - q_i}{Q} \quad (2.141)$$

El rendimiento interno viene dado por el producto de los rendimientos volumétrico e hidráulico:

$$\eta_i = \eta_v \eta_h \quad (2.142)$$

- Rendimiento mecánico:

$$\eta_m = \frac{P_a}{P_i} \quad (2.143)$$

El rendimiento total de una turbina hidráulica vendrá dado por la relación entre las potencias de salida y de entrada:

$$\eta_t = \frac{P_a}{P} \quad (2.144)$$

Y se tiene:

$$\eta_t = \frac{P_a}{P_i} \frac{P_i}{P} = \eta_m \frac{\rho g (Q - q_e - q_i) H_t}{\rho g Q H} = \eta_m \eta_v \eta_h = \eta_m \eta_i \quad (2.145)$$

2.8.5.2 Rendimientos en turbobombas

Se considerarán los rendimientos de la turbobomba del modo siguiente:

- Rendimiento hidráulico:

$$\eta_h = \frac{H}{H_t} \quad (2.146)$$

- Rendimiento volumétrico:

$$\eta_v = \frac{Q}{Q + q_e + q_i} \quad (2.147)$$

El rendimiento interno viene dado por el producto de los rendimientos volumétrico e hidráulico:

$$\eta_i = \eta_v \eta_h \quad (2.148)$$

- Rendimiento mecánico:

$$\eta_m = \frac{P_i}{P_a} \quad (2.149)$$

El rendimiento total de una turbobomba vendrá dado por la relación entre las potencias de salida y de entrada, es decir:

$$\eta_t = \frac{P}{P_a} \quad (2.150)$$

Y se puede poner:

$$\eta_t = \frac{P}{P_i} \frac{P_i}{P_a} = \frac{\rho g Q H}{\rho g (Q + q_e + q_i) H_t} \eta_m = \eta_v \eta_h \eta_m = \eta_i \eta_m \quad (2.151)$$

2.9 Leyes de funcionamiento

Las ecuaciones que gobiernan el flujo fluido constituyen un sistema de ecuaciones en derivadas parciales que no tiene solución analítica sencilla. Generalmente, se recurre al análisis numérico y al uso de potentes ordenadores. Otra posibilidad es recurrir a la experimentación para conocer las características de la turbomáquina.

En este último caso, las condiciones que deben cumplirse para que los resultados obtenidos en el laboratorio sean extrapolables al caso real son las leyes de semejanza. Se exige:

- Semejanza geométrica:

Toda la parte de la máquina ocupada por el flujo se debe realizar a escala en el modelo. En turbinas: cámara espiral, estátor, distribuidor, rodete, cámara de rodete y tubo de aspiración.

- Semejanza cinemática:

En todos los puntos y en particular en la entrada y salida del rodete los triángulos de velocidad tienen que ser semejantes.

- Semejanza dinámica:

En las turbinas de reacción y en las bombas (todas son de reacción) donde no intervienen superficies libres en contacto con la atmósfera, y, por tanto, la fuerza de la viscosidad es preponderante con lo que los números de Reynolds deben de ser iguales. Que se cumpla esto también implica que ambas máquinas tendrán las mismas pérdidas hidráulicas, puesto que las pérdidas mecánicas no dependen del fluido.

En turbinas de acción (Pelton), hay superficie libre y por tanto, la fuerza de la gravedad es preponderante con lo que se iguala el número de Froude entre modelo y prototipo.

El cumplimiento de la ley de conservación del número de Reynolds es la más importante, no obstante la semejanza dinámica exigiría que, empleando el mismo fluido en modelo y prototipo:

$$d_m c_m = d_p c_p \quad (2.152)$$

es decir, la relación de velocidades sería inversamente proporcional a la de los diámetros. Esta relación de semejanza $\frac{d_p}{d_m}$ en bombas es pequeña y por tanto realizable, en cambio en turbinas es grande y los saltos en el modelo tiene que ser mucho menores que en el prototipo, con lo cual el $Re_p = (50 - 100)Re_m$ lo que destruye la semejanza dinámica. Sin embargo, si Reynolds es grande el influjo de la viscosidad es insignificante en lo tocante a la configuración del flujo (semejanza cinemática) y variará sólo el rendimiento, siendo menor en el modelo.

Las ecuaciones de gobierno de las turbomáquinas hidráulicas son la ecuación de continuidad y la ecuación de conservación de la cantidad de movimiento. Para régimen estacionario:

$$\rho u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = \rho f_{mi} - \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (2.153)$$

Las ecuaciones de continuidad y momento nos permiten expresar el campo de velocidades y el campo de gradiente de presiones locales según las relaciones funcionales:

$$\begin{aligned}\vec{v} &= f_1(\vec{x}, \rho, \mu, Q, \omega, D, L_i, \alpha_i, K) \\ (P + \rho g z)_{ref} &= f_2(\vec{x}, \rho, \mu, Q, \omega, D, L_i, \alpha_i, K)\end{aligned}\quad (2.154)$$

Conocido el campo de velocidades y de presiones en todo el dominio podríamos calcular el flujo de energía mecánica en la sección de entrada y salida de la turbomáquina para obtener la altura efectiva/útil (bombas) o el salto neto (turbinas). También podríamos calcular el par resultante debido a las fuerzas de presión y viscosas en el rodete para obtener la potencia interna. Conocida la potencia efectiva/absorbida y la potencia interna podríamos calcular el rendimiento interno de la turbomáquina. En base a este razonamiento se llega a que:

Bombas	Turbinas
$gH = B_1(\rho, \mu, Q, \omega, D, L_i, \alpha_i, K)$	$Q = T_1(\rho, \mu, gH, \omega, D, L_i, \alpha_i, K)$
$P_i = B_2(\rho, \mu, Q, \omega, D, L_i, \alpha_i, K)$	$P_i = T_2(\rho, \mu, gH, \omega, D, L_i, \alpha_i, K)$
$\eta_i = B_3(\rho, \mu, Q, \omega, D, L_i, \alpha_i, K)$	$\eta_i = T_2(\rho, \mu, gH, \omega, D, L_i, \alpha_i, K)$

Si ahora utilizamos el teorema Π de Buckingham seleccionando como variables independientes (Bombas: ρ, ω y D ; Turbinas: ρ, gH y D) la misma información que aportan las relaciones funcionales B_i y T_i entre variables dimensionales queda contenida en las siguientes relaciones funcionales β_i y τ_i entre variables adimensionales pero con la ventaja de que el número de variables se ha reducido en tres (número de magnitudes dimensionalmente independientes).

Bombas	Turbinas
$\frac{gH}{\omega^2 D^2} = \beta_1 \left(\frac{Q}{\omega D^3}, \frac{\rho \omega D^2}{\mu}, \frac{L_i}{D}, \alpha_i, \frac{K}{D} \right)$	$\frac{Q}{D^2 \sqrt{gH}} = \tau_1 \left(\frac{\rho \sqrt{gH} D}{\mu}, \frac{\omega D}{\sqrt{gH}}, \frac{L_i}{D}, \alpha_i, \frac{K}{D} \right)$
$\frac{P_i}{\rho \omega^3 D^5} = \beta_2 \left(\frac{Q}{\omega D^3}, \frac{\rho \omega D^2}{\mu}, \frac{L_i}{D}, \alpha_i, \frac{K}{D} \right)$	$\frac{P_i}{\rho (gH)^{3/2} D^2} = \tau_2 \left(\frac{\rho \sqrt{gH} D}{\mu}, \frac{\omega D}{\sqrt{gH}}, \frac{L_i}{D}, \alpha_i, \frac{K}{D} \right)$
$\eta_i = \beta_3 \left(\frac{Q}{\omega D^3}, \frac{\rho \omega D^2}{\mu}, \frac{L_i}{D}, \alpha_i, \frac{K}{D} \right)$	$\eta_i = \tau_3 \left(\frac{\rho \sqrt{gH} D}{\mu}, \frac{\omega D}{\sqrt{gH}}, \frac{L_i}{D}, \alpha_i, \frac{K}{D} \right)$

Si restringimos las relaciones funcionales anteriores al caso de bombas/turbinas semejantes (correspondencia biunívoca punto por punto) entonces estamos imponiendo forzosamente que los grupos adimensionales $\frac{L_i}{D}, \alpha_i, \frac{K}{D}$ sean iguales entre modelo y prototipo y por tanto pasarían a ser datos en las relaciones funcionales anteriores resultando:

Bombas	Turbinas
$\frac{gH}{\omega^2 D^2} = \beta_1 \left(\frac{Q}{\omega D^3}, \frac{\rho \omega D^2}{\mu} \right)$	$\frac{Q}{D^2 \sqrt{gH}} = \tau_1 \left(\frac{\rho \sqrt{gH} D}{\mu}, \frac{\omega D}{\sqrt{gH}} \right)$
$\frac{P_i}{\rho \omega^3 D^5} = \beta_2 \left(\frac{Q}{\omega D^3}, \frac{\rho \omega D^2}{\mu} \right)$	$\frac{P_i}{\rho (gH)^{3/2} D^2} = \tau_2 \left(\frac{\rho \sqrt{gH} D}{\mu}, \frac{\omega D}{\sqrt{gH}} \right)$
$\eta_i = \beta_3 \left(\frac{Q}{\omega D^3}, \frac{\rho \omega D^2}{\mu} \right)$	$\eta_i = \tau_3 \left(\frac{\rho \sqrt{gH} D}{\mu}, \frac{\omega D}{\sqrt{gH}} \right)$

Lograr la *semejanza hidrodinámica absoluta* (igualdad de todos los números adimensionales independientes) entre el modelo de laboratorio y prototipo es en muchas aplicaciones imposible o muy costoso de conseguir. Algunas variables adimensionales independientes tienen mayor influencia en las variables dependientes que otras, hasta tal punto que algunas de ellas pueden despreciarse por su mínima influencia. La *semejanza hidrodinámica restringida* prescinde de la igualdad de los números adimensionales independientes con influencia mínima en la relación funcional. En las turbomáquinas hidráulicas el número de Reynolds es fuertemente turbulento y el comportamiento de la máquina es prácticamente independiente de este número adimensional, dentro del rango de valores correspondiente a un funcionamiento usual. Si en las relaciones funcionales anteriores se prescinde de los efectos de la viscosidad y por tanto no se considera la influencia del número de Reynolds se tendrían las leyes de semejanza hidrodinámica restringida:

Bombas	Turbinas
$\frac{gH}{\omega^2 D^2} \simeq \beta_1 \left(\frac{Q}{\omega D^3} \right)$	$\frac{Q}{D^2 \sqrt{gH}} \simeq \tau_1 \left(\frac{\omega D}{\sqrt{gH}} \right)$
$\frac{P_i}{\rho \omega^3 D^5} \simeq \beta_2 \left(\frac{Q}{\omega D^3} \right)$	$\frac{P_i}{\rho (gH)^{3/2} D^2} \simeq \tau_2 \left(\frac{\omega D}{\sqrt{gH}} \right)$
$\eta_i \simeq \beta_3 \left(\frac{Q}{\omega D^3} \right)$	$\eta_i \simeq \tau_3 \left(\frac{\omega D}{\sqrt{gH}} \right)$

2.9.1 Leyes de semejanza de las turbinas

Todas las turbinas geoméricamente semejantes constituyen una serie y dentro de ella cada una se caracteriza por su tamaño especificado convencionalmente por un diámetro característico el cual:

- en turbinas Kaplan es el diámetro exterior del rodete ($d_1 \sim d_2$).
- en turbinas Francis el diámetro máximo de entrada, que puede ser menor (TF rápidas) o mayor (TF lentas y normales) que el de salida.
- en turbinas Pelton el diámetro de la circunferencia con centro en el centro de la rueda y tangente al eje del chorro.

En la tabla 2.2 se muestran los parámetros más importantes que rigen el funcionamiento de una turbina y sus dimensiones elementales.

Empleando el teorema π de Vaschy-Buckingham se pueden obtener los siguientes números adimensionales:

$$\text{Coeficiente de apertura (caudal)} \quad \frac{Q}{D^2 \sqrt{gH}} = \phi_1 \left(\frac{\rho \omega D^2}{\mu}, \frac{\omega D}{\sqrt{gH}}, \text{geometría} \right)$$

Tabla 2.2: Parámetros y dimensiones.

	M	L	T
ρ	1	-3	0
gH	0	2	-2
D	0	1	0
μ	1	-1	-1
ω	0	0	-1
Q	0	3	-1

$$\text{Coeficiente de par } \frac{M}{D^3 \rho g H} = \phi_2 \left(\frac{\rho \omega D^2}{\mu}, \frac{\omega D}{\sqrt{gH}}, \text{ geometría} \right)$$

$$\text{Coeficiente de potencia } \frac{P_a}{D^2 \rho (gH)^{3/2}} = \phi_3 \left(\frac{\rho \omega D^2}{\mu}, \frac{\omega D}{\sqrt{gH}}, \text{ geometría} \right)$$

$$\text{Rendimiento } \eta = \phi_4 \left(\frac{\rho \omega D^2}{\mu}, \frac{\omega D}{\sqrt{gH}}, \text{ geometría} \right)$$

La semejanza completa exige la igualdad de todos los números adimensionales. En la práctica, esto es imposible. En general, los números de Reynolds son muy grandes por lo que la influencia de la viscosidad será pequeña y se puede despreciar. De esta manera, se cumple la semejanza cinemática (triángulos de velocidad semejantes) pero no la igualdad de rendimientos. Entonces:

$$\text{Coeficiente de apertura (caudal) } \frac{Q}{D^2 \sqrt{gH}} = \phi_1 \left(\frac{\omega D}{\sqrt{gH}}, \text{ geometría} \right)$$

$$\text{Coeficiente de par } \frac{M}{D^3 \rho g H} = \phi_2 \left(\frac{\omega D}{\sqrt{gH}}, \text{ geometría} \right)$$

$$\text{Coeficiente de potencia } \frac{P_a}{D^2 \rho (gH)^{3/2}} = \phi_3 \left(\frac{\omega D}{\sqrt{gH}}, \text{ geometría} \right)$$

Y para el cálculo de los rendimientos, se suele recurrir a fórmulas empíricas.

No ha sido éste el modo tradicional de utilizar estos coeficientes en la literatura. En la práctica, si suponemos mismo fluido, geometría fija y rendimientos iguales las leyes de semejanza para las turbinas hidráulicas se pueden ver más frecuentemente del modo:

$$\begin{aligned} 1^{\text{a}} \text{ ley} & \quad \frac{nD}{\sqrt{H}} = \frac{n'D'}{\sqrt{H'}} \\ 2^{\text{a}} \text{ ley} & \quad \frac{Q}{D^2 \sqrt{H}} = \frac{Q'}{D'^2 \sqrt{H'}} \\ 3^{\text{a}} \text{ ley} & \quad \frac{M}{D^3 H} = \frac{M'}{D'^3 H'} \\ 4^{\text{a}} \text{ ley} & \quad \frac{P_a}{D^2 H^{3/2}} = \frac{P'_a}{D'^2 H'^{3/2}} \end{aligned}$$

Empleando estas leyes y el concepto de turbina unitaria se pueden establecer los valores unitarios o reducidos. Una turbina unitaria es aquella perteneciente a una serie de turbinas hidráulicas geoméricamente semejantes que tiene un diámetro de 1 metro y está instalada en un salto neto de 1 metro. De esta forma y manteniendo las hipótesis de igual fluido y rendimiento se tiene:

$$\begin{array}{ll}
 \text{Número de revoluciones reducido o unitario} & n_{11} = \frac{nD}{\sqrt{H}} \\
 \text{Caudal reducido o unitario} & Q_{11} = \frac{Q}{D^2\sqrt{H}} \\
 \text{Par reducido o unitario} & M_{11} = \frac{M}{D^3H} \\
 \text{Potencia reducida o unitaria} & P_{a11} = \frac{P_a}{D^2H^{3/2}}
 \end{array}$$

En su deducción está implícito que todas las turbinas hidráulicas geoméricamente semejantes tienen las mismas magnitudes reducidas.

Además de estos números que componen las leyes de semejanza hay otros muy útiles que se empezaron a usar en turbinas y luego se extendieron al estudio de las bombas. Son los coeficientes de velocidad. Se define como la relación adimensional entre una velocidad y el valor $\sqrt{2gH}$. Este valor es el ideal de la velocidad si no hubiese pérdidas, es decir, $H_b = H$. Se designan con el símbolo k y la velocidad correspondiente como subíndice, por ejemplo:

$$k_{c1} = \frac{c_1}{\sqrt{2gH}} \text{ y } k_{w2} = \frac{w_2}{\sqrt{2gH}}$$

Estos coeficientes son particularmente interesantes, porque si para condiciones homólogas de funcionamiento dos turbinas tienen los mismos coeficientes de velocidad, entonces sus triángulos de velocidades son semejantes. Recíprocamente, si dos turbomáquinas hidráulicas son geoméricamente semejantes, tienen los mismos coeficientes de velocidad. Para bombas se definen igual, salvo que aquí H es neta y en bombas H es efectiva.

2.9.2 Leyes de semejanza de las bombas

Procediendo análogamente a la sección anterior, ya que los parámetros que rigen el comportamiento de ambas máquinas son los mismos, y obviando la influencia de la viscosidad, puesto que Reynolds va a ser muy elevado, se aplica el teorema π de Vaschy-Buckingham y se hallan expresiones adimensionales para los coeficientes de funcionamiento así como las leyes de semejanza para bombas bajo las hipótesis de igual rendimiento y mismo fluido:

$$\text{Coeficiente de presión } \frac{gH}{\omega^2 D^2} = \phi_1 \left(\frac{Q}{\omega D^3}, \text{ geometría} \right)$$

EJEMPLO 3

Si la turbina del ejemplo 2 girando a $70rpm$ trabajaba en las siguientes condiciones: ($H = 20m$; $Q = 300m^3/s$; $P_a = 50MW$) Se instala en un salto de $H = 30m$, recalculer sus parámetros de funcionamiento, supóngase condiciones de óptimo rendimiento.

Solución:

Como ambas turbinas son geoméricamente idénticas, $\frac{D_m}{D_p} = \frac{D_p}{D_m} = 1$ y aplicando las leyes de la semejanza se tiene:

$$\frac{n_m D_m}{\sqrt{H_m}} = \frac{n_p D_p}{\sqrt{H_p}} \rightarrow n_p = \frac{D_m}{D_p} \sqrt{\frac{H_p}{H_m}} n_m = 85.73 rpm$$

$$\frac{Q_m}{D_m^2 \sqrt{H_m}} = \frac{Q_p}{D_p^2 \sqrt{H_p}} \rightarrow Q_p = \left(\frac{D_p}{D_m}\right)^2 \sqrt{\frac{H_p}{H_m}} Q_m = 367.42 m^3/s$$

$$\frac{P_{a_m}}{D_m^2 H_m^{3/2}} = \frac{P_{a_p}}{D_p^2 H_p^{3/2}} \rightarrow P_{a_p} = \left(\frac{H_p}{H_m}\right)^{3/2} P_{a_m} = 91.86 MW$$

Resp.

$$\text{Coeficiente de par } \frac{M}{D^5 \rho \omega^2} = \phi_2 \left(\frac{Q}{\omega D^3}, \text{ geometría} \right)$$

$$\text{Coeficiente de potencia } \frac{P}{D^5 \rho \omega^3} = \phi_3 \left(\frac{Q}{\omega D^3}, \text{ geometría} \right)$$

$$1^{\text{a}} \text{ ley } \frac{H}{H'} = \frac{n^2 D^2}{n'^2 D'^2}$$

$$2^{\text{a}} \text{ ley } \frac{Q}{Q'} = \frac{n D^3}{n' D'^3}$$

$$3^{\text{a}} \text{ ley } \frac{M}{M'} = \frac{n^2 D^5}{n'^2 D'^5}$$

$$4^{\text{a}} \text{ ley } \frac{P}{P'} = \frac{n^3 D^5}{n'^3 D'^5}$$

2.9.3 Leyes de semejanza de los ventiladores

Las leyes de semejanza deducidas para las bombas son igualmente aplicables a los ventiladores. Sin embargo hay un par de peculiaridades ya que en los ventiladores no se trabaja con altura efectiva, sino que se emplea la presión efectiva $gH = \frac{\Delta p_{tot}}{\rho}$. Además la densidad del aire varía con la presión barométrica o atmosférica y la temperatura absoluta de la atmósfera según la ecuación de los gases ideales $\rho = \frac{p}{RT}$.

EJEMPLO 4

Dado un modelo y su prototipo, sabiendo que entre ellas se guardará una escala geométrica $1/4$, que emplean el mismo fluido de trabajo y que el prototipo gira a 1200 rpm.

Determine:

- Hallar, imponiendo igualdad de Reynolds, la velocidad de giro para el modelo.
- Fijada una velocidad de giro igual para modelo y prototipo, analizar las propiedades del fluido que cumplirían esta igualdad.

Solución:

a) Si fijamos igualdad de número de Reynolds se cumple que $Re_m = Re_p \rightarrow D_m u_m = D_p u_p$

La relación de escala significa que:

$$\frac{D_m}{D_p} = \frac{1}{4} \rightarrow D_p = 4D_m$$

De lo anterior se deduce que: $\frac{D_m}{D_p} u_m = u_p \rightarrow \frac{1}{4} u_m = u_p$, siendo $u_i = \frac{\pi n D_i}{60}$ así pues:

$$\frac{1}{4} \frac{\pi D_m n_m}{60} = \frac{\pi 4 D_m n_p}{60} \rightarrow n_m = 16 n_p = 16 \cdot 1200 = 19200 \text{ rpm}$$

La cual es una velocidad muy elevada.

Resp apart. (a)

Por lo tanto, el modelo tendrá un diámetro 4 veces menor que el prototipo y girará 16 veces más rápido. Suponiendo la semejanza geométrica los rendimientos del prototipo se pueden calcular en base a los del modelo según fórmulas empíricas.

b) Ahora bien, como el fluido que se emplea es el mismo en ambos casos se buscará qué condiciones del mismo satisfacen la semejanza para igual velocidad de giro, $n_m = n_p$.

De las magnitudes características se busca una relación adimensional que incluya la viscosidad cinemática y se llega a:

$$\frac{D_m^2 n_m}{\nu_m} = \frac{D_p^2 n_p}{\nu_p} \rightarrow \left(\frac{D_m}{D_p} \right)^2 \frac{n_m}{n_p} = \frac{\nu_m}{\nu_p} \rightarrow \left(\frac{1}{4} \right)^2 = \frac{\nu_m}{\nu_p}$$

lo que significa que la viscosidad cinemática del prototipo debe ser $\nu_p = 16\nu_m$ lo cual es inviable.

Resp apart. (b)

EJEMPLO 5

Se tiene un ventilador trabajando en un punto 1 cuya condición de operación es $Q_1 = 4 \text{ m}^3/\text{s}$ mientras gira a 700 rpm, si se pretende que un ventilador el triple de grande gire a 450 rpm calcular el caudal para el punto de operación 2.

Solución:

$$\text{Partiendo de: } D_2 = 3D_1 \rightarrow \frac{D_2}{D_1} = 3$$

$$\text{Aplicando ley de semejanza: } \frac{Q_1}{Q_2} = \frac{n_1 D_1^3}{n_2 D_2^3} \rightarrow Q_2 = Q_1 \frac{n_2 D_2^3}{n_1 D_1^3} = 17.36 \text{ m}^3/\text{s}$$

Resp.

$$\begin{aligned} 1^{\text{a}} \text{ ley} \quad \frac{\Delta p_{tot}}{\Delta p'_{tot}} &= \frac{\rho n^2 D^2 T'}{\rho' n'^2 D'^2 T} \\ 2^{\text{a}} \text{ ley} \quad \frac{Q}{Q'} &= \frac{n D^3}{n' D'^3} \\ 3^{\text{a}} \text{ ley} \quad \frac{M}{M'} &= \frac{\rho n^2 D^5 T'}{\rho' n'^2 D'^5 T} \\ 4^{\text{a}} \text{ ley} \quad \frac{P}{P'} &= \frac{\rho n^3 D^5 T'}{\rho n'^3 D'^5 T} \end{aligned}$$

2.9.4 Velocidad específica

Es un concepto relacionado con las leyes de semejanza que permite por una parte facilitar el diseño y por otra resolver el problema de la elección de una turbomáquina hidráulica en una aplicación concreta. También permite comparar unas máquinas con otras y suministrar datos para su proyecto. En la figura 2.35 se comparan diferentes turbinas, y bombas en la figura 2.36, atendiendo a su velocidad específica. Hay varias formas de expresarlo, pero en la práctica se utiliza el número de revoluciones específico por minuto, que presenta el inconveniente de tener distintas definiciones para turbinas y bombas. Sin embargo, se puede definir un coeficiente de velocidad específica adimensional, que es muy similar para turbinas y bombas.

Coeficiente de velocidad específica adimensional en turbinas:

$$\frac{P_a}{n^3 D^5} \left(\frac{n^2 D^2}{H} \right)^{5/2} \quad (2.155)$$

Coeficiente de velocidad específica adimensional en bombas:

$$\frac{P}{n^3 D^5} \left(\frac{n^2 D^2}{H} \right)^{5/2} \quad (2.156)$$

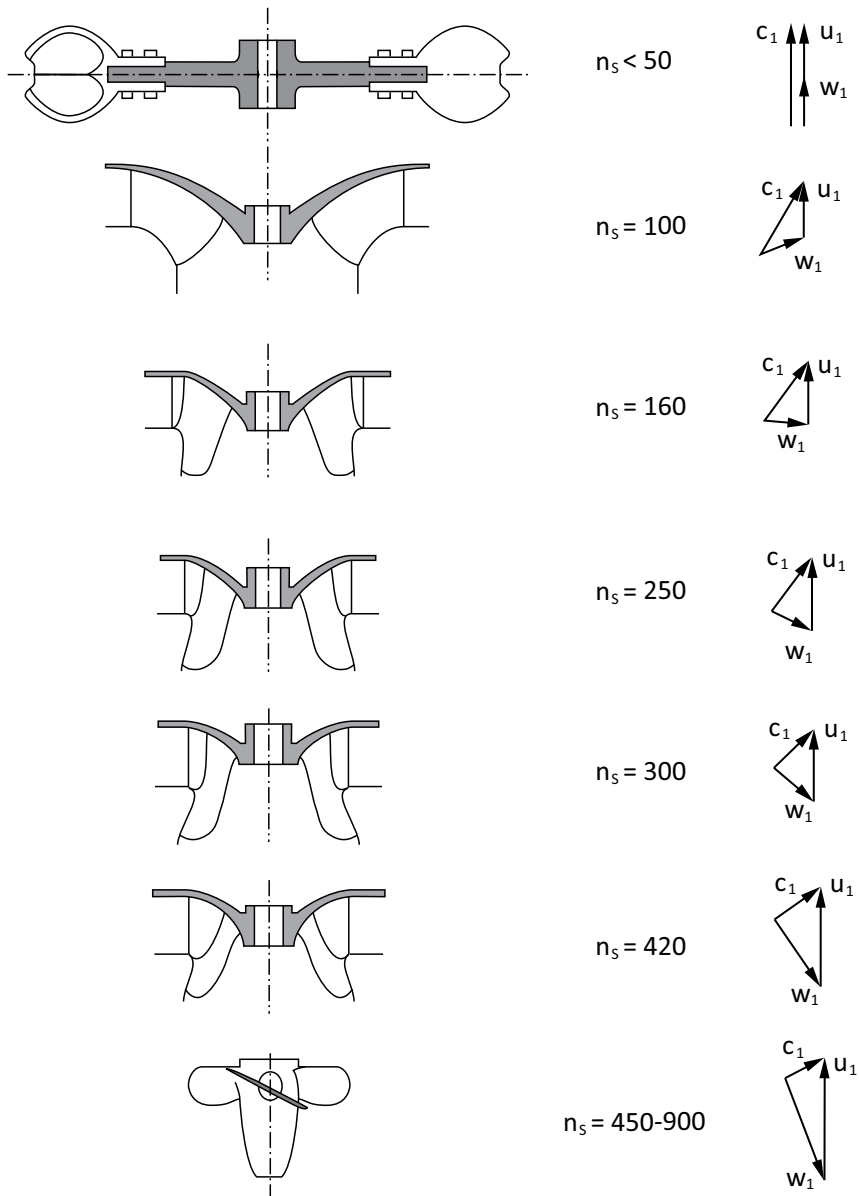


Figura 2.35: Velocidad específica y triángulo de velocidades a la entrada de los principales tipos de turbinas.

Para determinar el número específico de revoluciones (n_s) se recurre a las leyes de semejanza tanto de turbinas como de bombas. Se elimina la relación de diámetros empleando para ello las expresiones de la 1ª y 4ª ley, y se obtiene lo siguiente:

$$\text{Turbinas: } nP_a^{1/2}H^{-5/4} = n'P_a'^{1/2}H'^{-5/4}$$

$$\text{Bombas: } nP^{1/2}H^{-5/4} = n'P'^{1/2}H'^{-5/4}$$

Al haber eliminado la relación de diámetros se ha de cumplir para cualquier valor de ésta, es decir, para toda turbomáquina geoméricamente semejante:

$$\text{Turbinas: } n_s = nP_a^{1/2}H^{-5/4} = \text{cte} \quad (2.157)$$

$$\text{Bombas: } n_s = nP^{1/2}H^{-5/4} = \text{cte} \quad (2.158)$$

Por lo que se puede afirmar que todas las turbomáquinas, geoméricamente semejantes, tienen el mismo número específico de revoluciones en puntos homólogos de funcionamiento.

Como notas importantes al número específico de revoluciones destacar las siguientes:

- No es adimensional. Lo más corriente es expresar n en rpm, H en metros y P_a, P en CV. Como en el SI n es en rps, H en metros y la potencia en W, se usa un factor conversor tal que:

$$(n_s)_{SI} = 0.8578n_s \quad (2.159)$$

Una turbomáquina puede funcionar a diversos números de revoluciones, con lo cual a cada punto de funcionamiento le corresponde un n_s distinto, pero al punto de diseño (generalmente el de máximo rendimiento total) le corresponde un n_s característico y, si no se especifica lo contrario, es el que corresponde a la ecuación 2.157 o 2.158.

- Si se concibe una turbina que suministre una potencia de 1 CV bajo un salto de 1 metro, o una bomba que diese una potencia útil de 1 CV impulsando una altura efectiva de 1 metro, según las ecuaciones 2.157 y 2.158, se tendría que $n_s = n$. Por lo que se podría definir el número específico de revoluciones como el número de revoluciones al que debería girar una turbomáquina para suministrar al eje (turbina), o al fluido (bomba) una potencia de 1 CV, en un salto de 1 metro, con rendimiento óptimo.

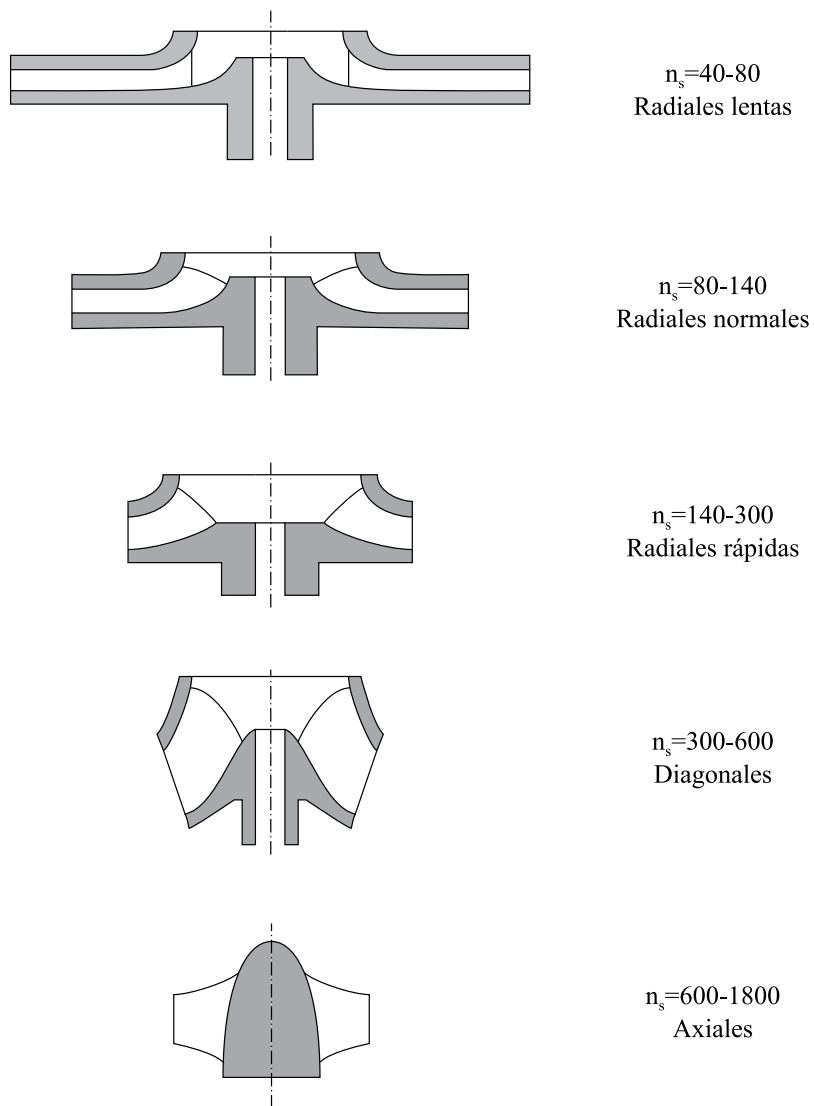


Figura 2.36: Velocidad específica y forma del rodete según la velocidad en turbobombas.

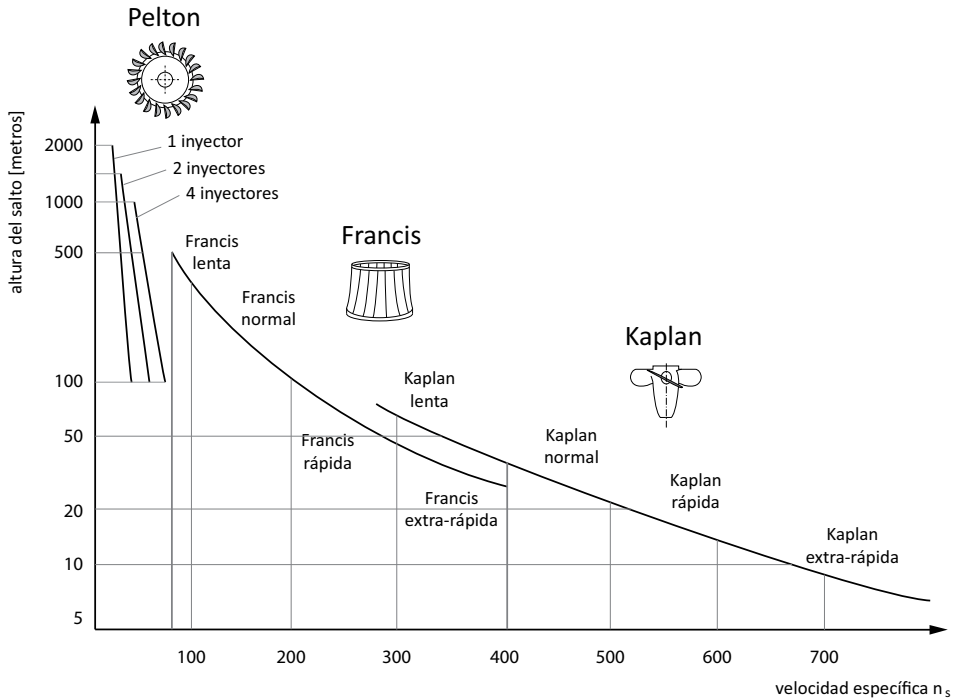


Figura 2.37: Rango de utilización de las turbinas hidráulicas.

- Se pueden expresar las ecuaciones 2.157 y 2.158 en función del caudal y suponiendo $\rho_{\text{agua}} = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$:

– Turbinas: $P_a = \frac{\rho g Q H \eta_{\text{tot}}}{g 75} CV \rightarrow n_s = 3.65 \sqrt{\eta_{\text{tot}} n Q^{1/2} H^{-3/4}}$

– Bombas: $P = \frac{\rho Q H}{75} CV \rightarrow n_s = 3.65 n Q^{1/2} H^{-3/4}$

Se define $n_q = n Q^{1/2} H^{-3/4}$ y entonces se puede escribir:

– Turbinas: $n_s = 3.65 \sqrt{\eta_{\text{tot}} n_q}$

– Bombas: $n_s = 3.65 n_q$

- Las turbomáquinas hidráulicas se clasifican en lentas, normales y rápidas según sea el valor de n_s bajo, medio o elevado respectivamente, no según la velocidad real de giro. Si se comparan varias turbinas de distinto tipo, se tiene que pueden ordenarse atendiendo a este criterio, figura 2.37.
- A igual potencia y salto, la turbina más rápida (la de mayor n_s) girará más rápido.

- Si todas las turbinas giran a igual velocidad, a igualdad de salto la turbina más rápida absorberá mayor caudal.
- Si todas las turbinas giran a igual velocidad y absorben el mismo caudal, la turbina más rápida necesitará un salto menor.

En el sector técnico cada vez se insiste más en la implantación de un número específico independiente del sistema de unidades elegido. Para ello se define la siguiente velocidad de giro adimensional:

$$n_0 = \frac{\omega Q^{1/2}}{(gH)^{3/4}} \quad (2.160)$$

2.9.5 Expresiones empíricas para la estimación del rendimiento real

Los radios hidráulicos y el número de Reynolds son mayores en el prototipo que en el modelo, por lo tanto las pérdidas hidráulicas son menores en el prototipo que en el modelo. El rendimiento en turbomáquinas aumenta proporcionalmente con el tamaño o diámetro y la altura. Se ha visto que no es posible asegurar la semejanza dinámica, la experimentación con modelos no sirve para predecir fielmente el rendimiento del prototipo. En la práctica se emplean fórmulas empíricas que permiten pasar del rendimiento del modelo al del prototipo, si este es 2 ó 3 veces mayor que el modelo porque de no ser así no es necesario recalcular los rendimientos. En los ensayos se obtiene el rendimiento total o bien el rendimiento hidráulico.

Paso del rendimiento total óptimo del modelo al rendimiento total óptimo del prototipo:

- Para $H < 150$ m

$$\eta_{tot p} = 1 - (1 - \eta_{tot m}) \left(\frac{d_m}{d_p} \right)^{1/5} \quad (2.161)$$

- Para $H > 150$ m

$$\eta_{tot p} = 1 - (1 - \eta_{tot m}) \left(\frac{d_m}{d_p} \right)^{1/5} \left(\frac{H_m}{H_p} \right)^{1/20} \quad (2.162)$$

- Fórmula de Moody

$$\eta_{tot p} = 1 - (1 - \eta_{tot m}) \sqrt[4]{\frac{d_m}{d_p}} \sqrt[10]{\frac{H_m}{H_p}} \quad (2.163)$$

- Fórmula de Camerer

$$\eta_{tot p} = 1 - (1 - \eta_{tot m}) \left(\frac{1.4 + \frac{1}{\sqrt{D_p}}}{1.4 + \frac{1}{\sqrt{D_m}}} \right) \quad (2.164)$$

Paso del rendimiento hidráulico óptimo del modelo al rendimiento hidráulico óptimo del prototipo:

$$\eta_{hp} = 1 - 0.5(1 - \eta_{hm}) \left[1 + \left(\frac{d_m}{d_p} \right)^{1/5} \left(\frac{H_m}{H_p} \right)^{1/12} \right] \quad (2.165)$$

Teniendo en cuenta la variación del rendimiento entre modelo y prototipo se pueden redefinir los coeficientes de velocidad para turbinas añadiendo el rendimiento hidráulico, η_h , empleando los ejemplos anteriores y teniendo en cuenta que se procede análogamente con todas las velocidades:

$$k'_{c_1} = \frac{c_1}{\sqrt{2g\eta_h H}} \quad k'_{w_2} = \frac{w_2}{\sqrt{2g\eta_h H}} \quad (2.166)$$

EJEMPLO 6

Partiendo de una bomba de la cual se conoce su diámetro exterior 260mm , su velocidad de giro 3000rpm y, para el punto de funcionamiento óptimo, el caudal 25l/s , la altura 18m y el rendimiento total 0.85 . Calcular para el punto de funcionamiento óptimo con el mismo fluido de trabajo, de una bomba prototipo geométrica de escala $\lambda = 6$ que gira a 1500rpm :

- La altura y caudal.
- El rendimiento óptimo.
- La potencia de accionamiento.

Nota: $\rho_{\text{agua}} = 1000\text{kg/m}^3$

Solución:

a)

$$\lambda = 6 \rightarrow \frac{D_p}{D_m} = 6$$

De las leyes de semejanza de las bombas se extrae que:

$$\frac{H_m}{H_p} = \frac{n_m^2 D_m^2}{n_p^2 D_p^2} \rightarrow H_p = H_m \left(\frac{n_p D_p}{n_m D_m} \right)^2 = 162\text{m}$$

$$\frac{Q_m}{Q_p} = \frac{n_m D_m^3}{n_p D_p^3} \rightarrow Q_p = Q_m \frac{n_p}{n_m} \left(\frac{D_p}{D_m} \right)^3 = 2.7\text{m}^3/\text{s}$$

Resp apart. (a)

b) Para el cálculo del rendimiento recurrimos a alguna de las expresiones empíricas, por ejemplo la de Moody:

$$\eta_{totp} = 1 - (1 - \eta_{totm})^4 \sqrt{\frac{D_m}{D_p}}^{10} \sqrt{\frac{H_m}{H_p}}$$

$$\eta_{totp} = 0.92$$

Resp apart. (b)

c)

$$P_a = \frac{\rho g Q H}{\eta_{tot}} = \frac{1000 \cdot 9.81 \cdot 2.7 \cdot 162}{0.92} = 4664.0\text{kW}$$

Resp apart. (c)

Capítulo 3

Turbobombas

Se denomina bomba, en general, a una máquina generadora capaz de comunicar energía al fluido que la atraviesa, consiguiendo aumentar la presión y/o la energía cinética del mismo. Esta energía permite al fluido vencer el desnivel geodésico existente entre depósitos, ser impulsado contra una diferencia de presiones, etc. [19]. De entre ellas, a las que funcionan de acuerdo a la Ecuación de Euler se les denomina bombas rotodinámicas o turbobombas.

Sin duda, de todas las máquinas de fluidos existentes las bombas son las más versátiles por la variedad de condiciones de servicio, de potencias, de líquidos a impulsar, de materiales de fabricación y por la cantidad de tipos que hay.

3.1 Características generales. Elementos constitutivos de una turbobomba

Los principales elementos que conforman una turbobomba, como se muestra en la figura 3.1 son:

- Impulsor o rodete. Formado por un conjunto de álabes que pueden adoptar diversas formas según el tipo de bomba y su aplicación. El rodete es accionado por un motor y va unido solidariamente al eje. Es el único órgano en que se imprime energía al fluido. Puede darse el caso de que antes del rodete se disponga una corona fija con el fin de comunicar al fluido una rotación determinada.

Los rodetes pueden ser abiertos, cerrados o semicerrados. El abierto es más sencillo de fabricar pero tiene el inconveniente de ofrecer un menor rendimiento.

- El estator o carcasa, que se encarga de guiar adecuadamente al fluido hasta el rotor y de recoger el líquido, dirigiéndolo hacia la salida. La parte más importante del estátor es el sistema difusor.
- Sistema difusor. En las bombas, en función de su grado de reacción, los valores de la energía cinética conferidos al fluido en el rotor producirían, en general, pérdidas de carga elevadas en la instalación. Es por ello que los conductos que recogen el fluido del rodete y lo dirigen hacia la salida de la bomba tienen sección divergente en el sentido de avance del flujo, de modo que en ellos se produzca la conversión eficiente de energía cinética en energía de presión. Hay varias configuraciones posibles para el sistema difusor:
 - Corona difusora sin álabes. Consta de dos placas paralelas en forma de corona circular entre las cuales las partículas de fluido teóricamente describen una trayectoria espiral, transformándose la altura dinámica en altura de presión. Nunca se emplea sola, sino seguida de una voluta.
 - Corona de álabes directrices fijos. Los álabes obligan a la corriente a expansionarse, disminuyendo su velocidad y aumentando su presión. Aunque es más eficiente que el modelo sin álabes, generalmente se acompaña de una voluta a continuación de la corona.
 - Voluta o caja espiral. Es un conducto fijo de sección divergente en el sentido del flujo, en forma de caracol, dispuesta alrededor del rodete a su salida. Su misión es la de recoger el fluido que abandona el rodete a gran velocidad, cambiar la dirección de su movimiento y encaminarlo hacia la brida de impulsión.
 - Cono difusor. La salida de la voluta se puede acompañar de una sección troncocónica a fin de aumentar el efecto difusor. Es muy eficiente.

3.2 Clasificación

Son muchas las clasificaciones que se pueden hacer de las turbomáquinas hidráulicas en general, y de las bombas en particular [3, 4, 11]. A continuación se enumerarán las más comunes.

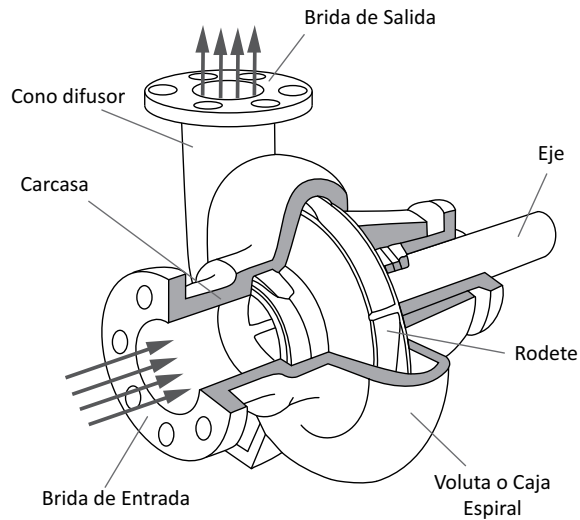


Figura 3.1: Elementos de una bomba rotodinámica.

3.2.1 Según dirección de flujo

Las turbobombas atendiendo a la dirección del flujo en el rodete, véase la figura 3.2, pueden clasificarse en:

- Bombas radiales.
- Bombas diagonales.
- Bombas axiales.

3.2.2 Según aspiración

Atendiendo a este criterio, como se muestra de modo gráfico en la figura 3.3, las turbobombas se clasifican en:

- Bombas de un flujo o de simple aspiración.
- Bombas de dos flujos o de doble aspiración.

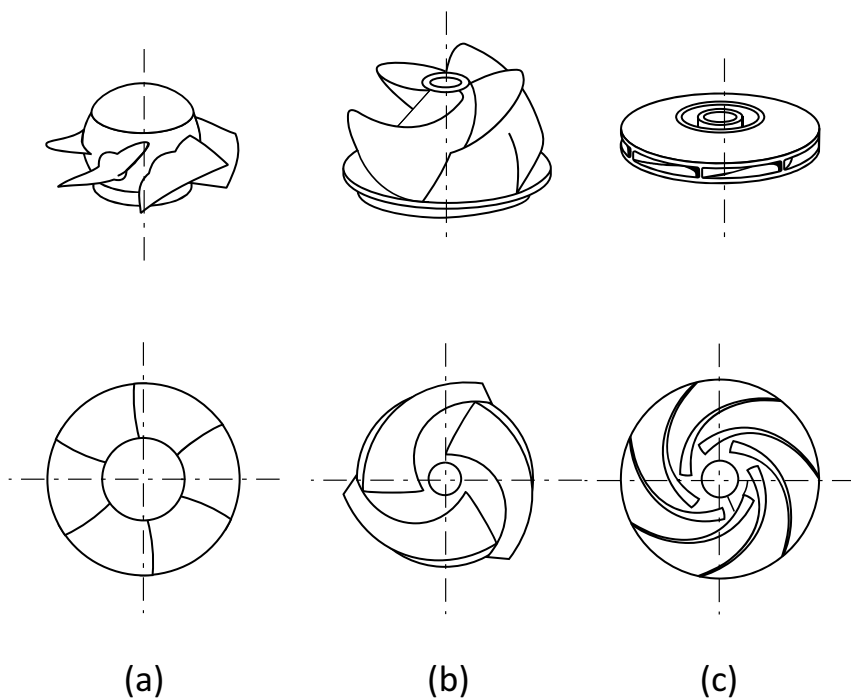


Figura 3.2: Tipos de rodete según la dirección del flujo. a) Rodete axial. b) Rodete diagonal o mixto. c) Rodete radial.

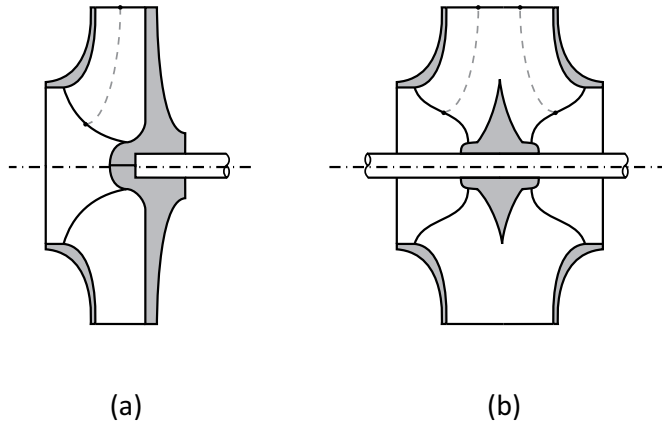


Figura 3.3: Clasificación según aspiración. a) Rodete de simple aspiración. b) Rodete de doble aspiración.

3.2.3 Según construcción del rodete y tipo de álabes

Las bombas diagonales pueden clasificarse atendiendo a la naturaleza de los álabes, como se muestra en la figura 3.4, en:

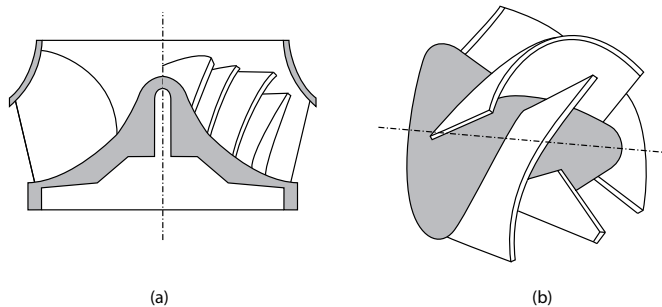


Figura 3.4: Bombas diagonales: a) Tipo Francis. b) Helicocentrífuga.

- Bombas tipo Francis. Se denominan así por su similitud con los rodetes de las turbinas homónimas. En el rodete de este tipo de bombas los álabes están fijos tanto en la parte interna (cubo), como en la parte externa (llanta).
- Bombas helicocentrífugas. El rodete de este tipo de bombas carece de llanta, con lo que los álabes están solamente unidos al cubo (que suele ser de menor tamaño que las anteriores), y es la propia carcasa de la bomba la que delimita el paso de la corriente fluida por la parte externa.

Por su parte, las bombas axiales o tipo Kaplan, llamadas así por su parecido con las turbinas de este nombre, se clasifican atendiendo al tipo de rodete, según se aprecia en la figura 3.5:

- De impulsor abierto.
- De impulsor semicerrado.
- De impulsor cerrado.

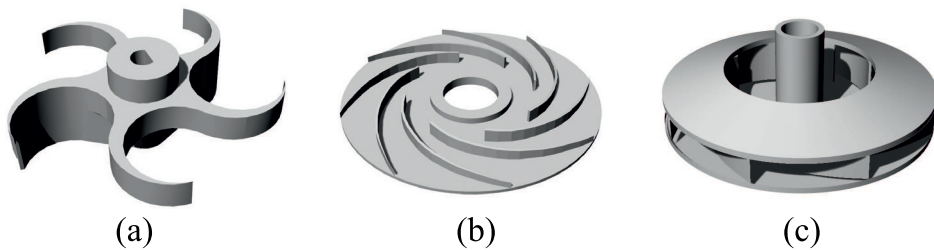


Figura 3.5: Rodetes: a) Abierto. b) Semiabierto c) Cerrado.

3.2.4 Según sistema difusor

- Bomba con corona fija sin álabes y cámara espiral.
- Bomba con cámara espiral solamente.
- Bomba con corona con álabes fijos y cámara espiral.
- Bomba con cono difusor.

3.2.5 Otros criterios

Según posición del eje:

- Bombas de eje horizontal.
- Bombas de eje vertical.
- Bombas de eje inclinado.

Según el número de escalonamientos, entendiendo por escalonamiento el montaje en serie de varios rodetes dentro de la misma bomba:

- Bombas simples o de un escalonamiento.
- Bombas compuestas o de múltiples escalonamientos.

Según la presión suministrada, expresada en alturas (mca¹):

- Bombas de baja presión. En torno a 20 – 25 mca.
- Bombas de media presión. Sobre 20 – 60 mca.
- Bombas de alta presión. Presiones superiores a 60 mca.

3.3 Comparativa entre bombas rotodinámicas y bombas de desplazamiento positivo

- Bombas volumétricas, rotoestáticas o de desplazamiento positivo [5, 6]:

En este tipo de bombas existe una relación directa entre el movimiento de los elementos de bombeo y la cantidad de líquido impulsado. Las más frecuentes constan de una o dos piezas giratorias con una serie de aletas que se mueven en una carcasa muy ajustada. El fluido se ve atrapado en los espacios entre aletas y pasa a una zona de mayor presión. Un ejemplo es la bomba de engranajes, formada por dos ruedas dentadas que engranan entre sí.

El intercambio de energía entre máquina y fluido se hace en forma de energía de presión, producida por la variación de un volumen. Los vectores velocidad no son relevantes ni para el diseño de estas máquinas ni para el cálculo de la energía obtenida.

Todas estas bombas suministran una cantidad determinada de fluido en cada carrera, revolución o ciclo. La descarga de fluido es discreta, en una serie de pulsos y no de forma continuada, por lo que hay que tener cuidado para que no aparezcan condiciones de resonancia en los conductos de salida que podrían dañar o incluso destruir la instalación. Para paliar los efectos de estos pulsos y reducir su magnitud se instalan depósitos amortiguadores en el conducto de salida.

El caudal, exceptuando las pérdidas por fugas, es independiente de la presión de salida, lo que las hace muy adecuadas para la transmisión de potencia o

¹Metros columna de agua. La presión ejercida por una columna de agua de un metro de altura, considerando la gravedad de la tierra.

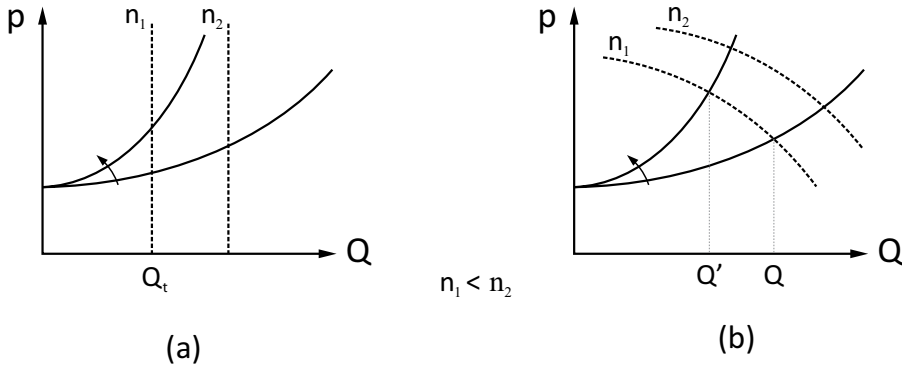


Figura 3.6: Curvas características $p-Q$. a) Bomba volumétrica. b) Turbobomba centrífuga.

para aplicaciones que requieran de un caudal constante. Así, la curva característica $p-Q_t$ para una determinada velocidad de giro n_1 es una recta vertical, tal como se muestra en la figura 3.6. Teóricamente pueden funcionar a la presión que se les exija, dentro del límite de seguridad de sus componentes.

Son máquinas fundamentalmente reversibles, pudiendo funcionar ora como bomba ora como motor, invirtiendo el sentido del flujo de energía. Además tienen capacidad para operar en ambos sentidos.

Son autocebantes, no requiriendo de procedimiento especial alguno en su puesta en marcha.

Los campos principales de aplicación de estas bombas se encuentran en:

- El bombeo de caudales moderados o bajos a altas presiones, o bien el bombeo de líquidos de alta viscosidad.
- La transmisión de potencia en circuitos oleohidráulicos: maquinaria civil, automoción (frenos, dirección asistida), etc.
- Dosificación en industria química, farmacéutica o alimentaria.
- Bombeo de líquidos corrosivos.

- Bombas rotodinámicas o turbobombas:

Constituidas por un rodete que gira acoplado a un motor, solamente este tipo de bombas se puede considerar turbomáquinas.

En las turbomáquinas, máquina y fluido intercambian energía cinética y energía de presión. A diferencia de lo que ocurre en las bombas de desplazamiento positivo, el campo de velocidades es fundamental en su diseño y cálculo.

Esto es debido a que su principio de funcionamiento se basa en la ecuación de Euler, ecuación en la que intervienen las componentes de velocidad y la geometría de los canales del rotor, los cuales, en general, variarán si se invierte el sentido del flujo de energía. Por ello, es difícil encontrar un diseño de rodete que presente un buen rendimiento para las dos condiciones de funcionamiento.

El flujo de fluido es continuo, proporcionando un caudal variable en función de la resistencia de la instalación. Así una turbobomba funcionando en una instalación, bombea un caudal Q a una determinada velocidad de giro n_1 . Si aumenta la resistencia para el mismo régimen de giro, el caudal pasa a ser Q' , siendo $Q' < Q$. La presión está limitada a un valor máximo, determinado por el diseño de la misma.

No son autocebantes y, en general, no son reversibles. Presentan la ventaja de ser de peso y volumen más reducido que una equivalente de desplazamiento positivo, además de tener un número de revoluciones específico más elevado.

Su campo de aplicación es muy extenso, principalmente se encuentran en:

- El bombeo de caudales medios o altos para un rango de operación de presiones bajas-moderadas.
- Aplicaciones de bombeo en centrales hidráulicas de generación de energía.
- Bombeo de agua en los equipos de extinción de incendio, equipos de extracción de agua de pozos, etc.
- Bombeo de combustible en aeronáutica.

3.4 Ecuación de Euler para turbobombas. Análisis según componentes energéticas

Recordando lo visto en la sección 2.5.2 la expresión de la segunda forma de la ecuación de Euler para este tipo de turbomáquina quedaría:

$$H_{t\infty} = \left(\frac{u_2^2 - u_1^2}{2g} + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2g} + \frac{w_1^2 - w_2^2}{2g} \right) \quad (3.1)$$

De la observación de la ecuación 3.1, se deduce que, para que $H_{r\infty}$ sea lo más grande posible interesa que:

- $u_2 > u_1$ Maximizar el primer sumando del segundo miembro de la ecuación 3.1, implica que el flujo debe ser centrífugo en las bombas radiales y diagonales. En bombas axiales, dado que el fluido no presenta avance radial en su recorrido a lo largo del rotor, este término no contribuye a la altura útil, ($u = \omega r$).
- $c_2 > c_1$ Entrada lo más radial posible y salida lo más circunferencial posible. Esto se consigue curvando los álabes.

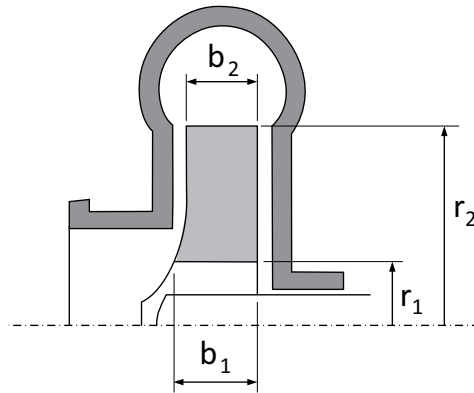


Figura 3.7: Dimensiones de un rodete radial.

Si la bomba es diagonal o radial, según la figura 3.7 la ecuación de continuidad aplicada a un tubo de corriente quedaría:

$$dQ = c_{1m}dS_1 \rightarrow Q = c_{2m}dS_2, \quad c_{1m} > c_{2m}.$$

Además $\vec{c}_1 = \vec{c}_{1u} + \vec{c}_{1m}$ siendo $\vec{c}_{1m} = \vec{c}_{1r}$ con lo que se puede escribir $\vec{c}_1 = \vec{c}_{1u} + \vec{c}_{1r}$. Si la bomba es axial $c_{1m} = c_{2m}$, por continuidad.

El flujo a la entrada debe de tener tendencia a radial, lo cual minimiza la componente c_{1u} , y el flujo a la salida debe ser lo más circunferencial posible para incrementar la componente c_{2u} .

- $w_2 < w_1$ Debe desacelerarse el fluido en los canales de los álabes de la bomba. Dicho de otra forma, estos conductos tienen que ser divergentes. Hay que tener en cuenta que si el aumento de sección es brusco, se incrementa el riesgo de desprendimiento, con lo que las pérdidas hidráulicas aumentan y el rendimiento hidráulico disminuye.

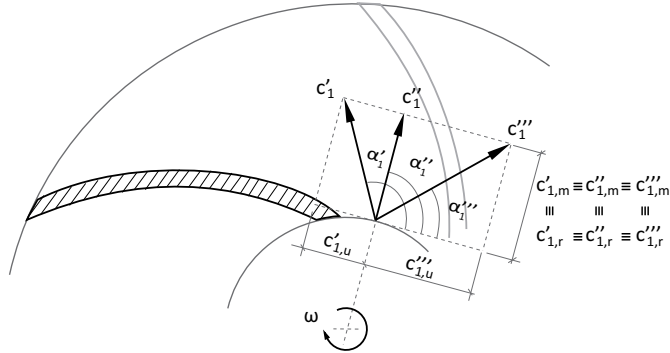


Figura 3.8: Influencia del ángulo β_1 en bombas centrífugas.

Atendiendo a la configuración del triángulo de velocidades en la entrada se puede estudiar el criterio de selección del ángulo de entrada β_1 en la bomba.

3.4.1 Influencia del ángulo β_1

El análisis siguiente es válido para cualquier tipo de bomba (radial, diagonal y axial). Al variar el ángulo β_1 manteniendo constantes todos los demás parámetros geométricos, figura 3.8, se observa lo siguiente:

- Si la corriente se produce sin circulación, es decir $\alpha_1 = 90^\circ$, se simplifica un término de la ecuación de Euler puesto que $c_{1u} = c_1 \cos \alpha_1 = 0$ y por tanto $H_{t\infty} = \frac{1}{g} c_{2u} u_2$, caso c''_1 . El ángulo de los álabes a la entrada, β'_1 , es lo suficientemente grande para que el flujo no sufra estrangulamiento, luego habrá menos pérdidas. La velocidad absoluta será mínima para un caudal dado, lo que disminuye la depresión a la entrada del rotor, además del gasto.
 - Si $\alpha_1 > 90^\circ$ se tiene circulación negativa, lo que implica que $c_{1u} < 0$ con lo que la expresión de la altura útil será $H_{t\infty} = \frac{1}{g} (c_{2u} u_2 + c_{1u} u_1)$, correspondiendo con c'_1 (figura 3.8). En general, el flujo proveniente de la tubería de aspiración carece de componente circunferencial, por lo que para producir este efecto, la bomba tendría que estar dotada de una corona directriz. El ángulo β'_1 toma en este caso los valores más pequeños lo que puede provocar que se produzcan estrangulamientos y el consecuente incremento de pérdidas. ($\beta_1 < \beta'_1$).
 - Si $\alpha_1 < 90^\circ$ la circulación es positiva y $c_{1u} > 0$, quedando así la altura útil de la siguiente forma $H_{t\infty} = \frac{1}{g} (c_{2u} u_2 - c_{1u} u_1)$, siendo c'''_1 la velocidad

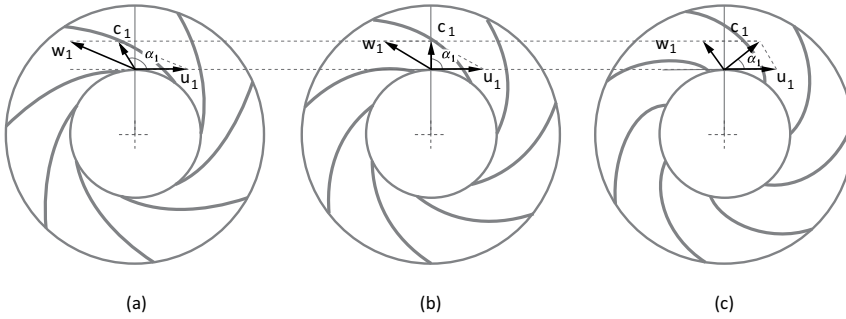


Figura 3.9: Prerrotación del flujo a la entrada. a) Prerrotación negativa. b) Sin prerrotación. c) Prerrotación positiva.

absoluta correspondiente (figura 3.8). Sería necesario incluir una corona fija, que conllevaría pérdidas adicionales en los álabes directrices y β_1''' tomará valores mayores que en las dos configuraciones. ($\beta_1''' > \beta_1''$).

En estas dos últimas situaciones es necesaria una corona de álabes fijos antes del rotor, con la finalidad de imprimir una componente circunferencial a la velocidad, puesto que el fluido entra al rotor únicamente con componente axial y adquiere componente radial por flujo centrífugo. Sin embargo, podría ser menor la altura obtenida debido a la presencia de la corona directriz y las pérdidas que implica, además de otras consideraciones, como el aumento de coste, peso, etc.

3.5 Turbobombas radiales

3.5.1 Curva característica ideal. Influencia del ángulo β_2 . Curva característica real

Comercialmente, las bombas radiales son las más extendidas. Lo deseable es que los álabes de la entrada se construyan con un ángulo β_1 tal que $\alpha_1 = 90^\circ$, de modo que la entrada del fluido al rotor se produzca sin circulación o prerrotación. La inclusión de una corona directriz que imprima componente circunferencial al flujo a la entrada es excepcional. Pueden verse las diferentes prerrotaciones posibles en la figura 3.9.

Esto ofrece una ventaja adicional ya que para un caudal determinado la velocidad absoluta será mínima, aumentando la capacidad de aspiración y minimizando

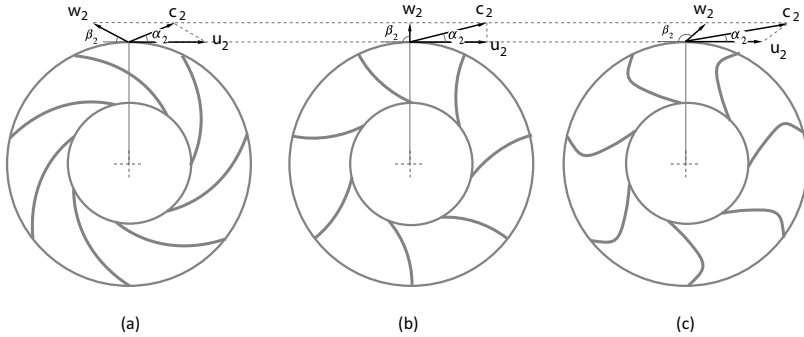


Figura 3.10: Variación del ángulo de salida del rodete. a) Álabes curvados hacia atrás $\beta_2 < 90^\circ$ b) Álabes salida radial $\beta_2 = 90^\circ$ c) Álabes curvados hacia adelante $\beta_2 > 90^\circ$.

el riesgo de cavitación. La experiencia aconseja usar un $\beta_1 > 15^\circ$ y dentro de la gama de bombas radiales mantenerse en el rango de $15 - 30^\circ$. De todos modos, el parámetro de diseño más importante de una bomba, del que dependen las características teóricas principales es el ángulo de salida de los álabes β_2 , clasificándose en función de dicho ángulo como se muestra en la figura 3.10. Una acertada elección de este parámetro conlleva un buen diseño del rodete.

Como se ha visto con anterioridad (apartado 2.8.2), la altura teórica o ideal para una bomba viene dada por la expresión:

$$H = H_t - H_{r-int} = H_{t\infty} e_z - H_{r-int} \quad (3.2)$$

La altura teórica de Euler, según se ha visto en el apartado 2.5.2, se definía como: $H_{t\infty} = \frac{1}{g} (c_{2u}u_2 - c_{1u}u_1)$

Si ahora suponemos como condición que la entrada sea sin circulación, es decir, $\alpha_1 = 90^\circ \rightarrow c_{1u} = 0$ la expresión de Euler se simplifica quedando: $H_{t\infty} = \frac{1}{g} c_{2u}u_2$

Del triángulo de velocidad de la salida, figura 3.11, queda definida la relación entre c_{2u} y β_2 tal que:

$$c_{2u} = u_2 - \frac{c_{2m}}{tg\beta_2} \quad (3.3)$$

Además, por continuidad, $Q = c_{2m}S_2/\eta_v$ y sustituyendo el valor de c_{2m} en la expresión anterior se obtiene:

$$c_{2u} = u_2 - \frac{\frac{Q}{\eta_v}}{S_2 tg\beta_2} \quad (3.4)$$

Por otra parte, $u_2 = \omega r_2 = \frac{2\pi n \frac{D_2}{2}}{60} = \frac{\pi n D_2}{60}$

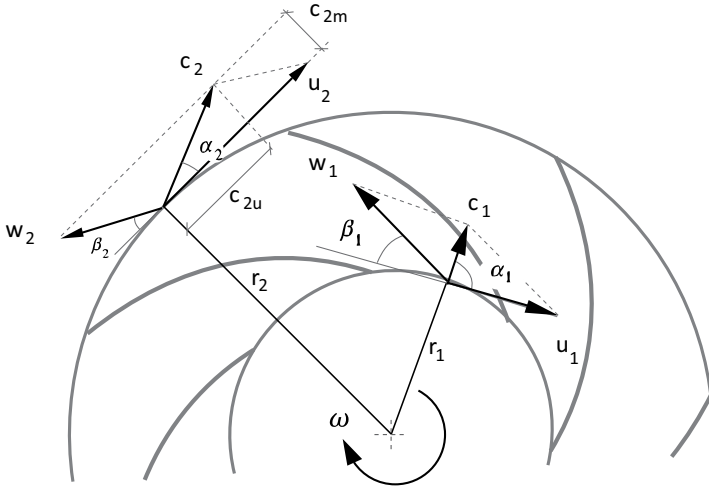


Figura 3.11: Triángulos de velocidad. Bomba centrífuga radial.

Sustituyendo ambas velocidades en la ecuación de Euler simplificada por entrada sin circulación se tiene:

$$H_{r\infty} = \frac{\pi^2 n^2 D_2^2}{60^2 g} \left[1 - \frac{\frac{Q}{\eta_v}}{\pi n D_2 S_2 t g \beta_2} \right] = A - BQ \quad (3.5)$$

donde $A = \frac{\pi^2 n^2 D_2^2}{60^2 g}$ y $B = \frac{\pi n D_2}{60 g S_2 t g \beta_2 \eta_v}$

En la figura 3.12 se representa una gráfica de la altura ideal con número infinito de álabes y sin pérdidas frente al caudal para diferentes valores de β_2 , ecuación 3.5.

A la vista de dicha figura, se extraen las siguientes conclusiones:

- $\beta_2 < 90^\circ \rightarrow tg\beta_2 > 0$: la recta tiene pendiente negativa y a medida que el caudal se hace mayor la altura teórica disminuye. En este caso se tendrían álabes curvados hacia atrás.
- $\beta_2 = 90^\circ \rightarrow tg\beta_2 = 0$: la pendiente es cero y la altura permanece constante ante variaciones de caudal. Los álabes correspondientes son de salida radial.
- $\beta_2 > 90^\circ \rightarrow tg\beta_2 < 0$: la pendiente es positiva y la altura aumenta con el caudal. Los álabes estarían curvados hacia adelante.

Los valores más comunes para β_2 suelen oscilar entre $14 - 60^\circ$ y los recomendables entre $20 - 30^\circ$. Como este valor está siempre por debajo de los 90° , en la figura

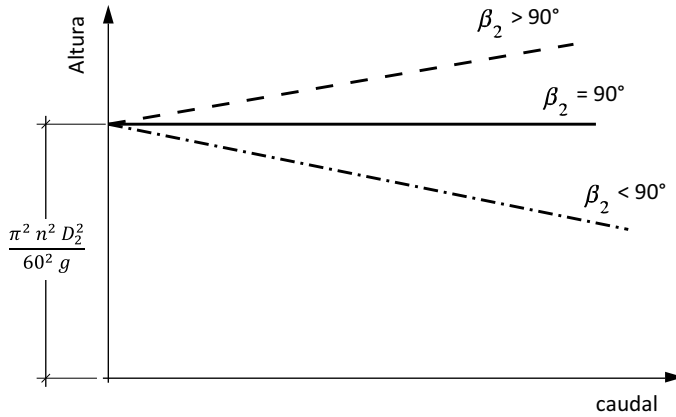


Figura 3.12: Característica H-Q ideal para diferentes curvaturas de álabes.

3.13 se procede a un análisis realista de esta curva partiendo de la representación ideal realizada.

Para trazar esta curva se procede de la siguiente manera:

1. Se traza la recta que representa el caso ideal con número infinito de álabes.
2. Al caso ideal con número infinito de álabes se le aplica el factor de reducción de trabajo debido al número finito de álabes.
3. Se trazan las parábolas correspondientes a las pérdidas hidráulicas por rozamiento (suponiendo éstas proporcionales al cuadrado del caudal), y las pérdidas hidráulicas por choque (tomándolas como proporcionales al cuadrado de la diferencia entre el caudal y el caudal nominal).
4. Por último se traza la curva teórica real restando las pérdidas a la recta ideal corregida por tener un número de álabes finito.

3.5.2 Ensayo elemental y ensayo completo de una turbobomba radial

El fabricante proporciona la curva de funcionamiento real en base a ensayos experimentales. En el denominado ensayo elemental de una turbobomba, la velocidad de giro n permanece constante, para un tipo de bomba y tamaño determinado. Esto permite tratar las magnitudes dependientes (H , P_a , η , etc) como función del caudal.

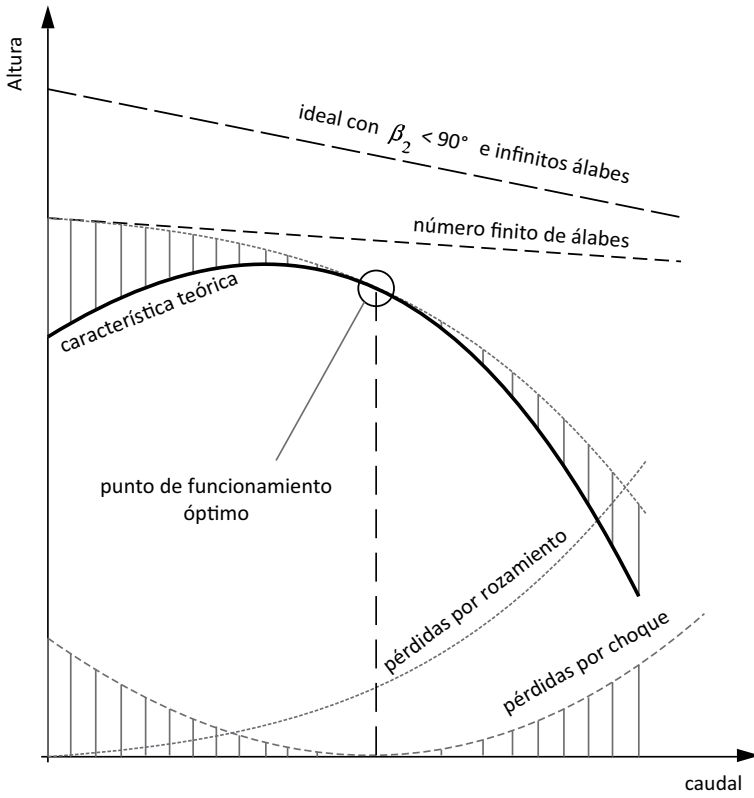


Figura 3.13: Característica H-Q teórica y curvas de pérdidas de una bomba radial.

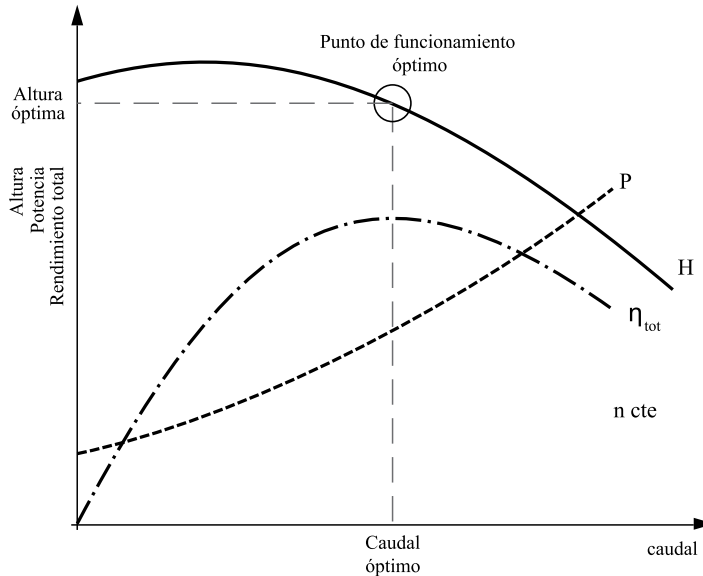


Figura 3.14: Ensayo elemental de una bomba centrífuga a n constante.

En la figura 3.14 se ilustra el ensayo elemental para una bomba tipo. Es interesante señalar que:

- el punto de funcionamiento óptimo o de diseño debe coincidir con $\eta_{total\acute{m}ax}$ siendo Q_N y H_N los valores nominales de diseño.
- la potencia P_a para $Q = 0$ es la potencia necesaria para el arranque.
- la zona de funcionamiento recomendada debe ser tal que el η_{total} no disminuya más de un 5-10%, ni tampoco con caudales excesivos si hay peligro de cavitación [14].

El ensayo completo consistiría en un conjunto de ensayos elementales caracterizados cada uno por una velocidad de giro. Las gráficas que se obtienen se muestran en la figura 3.15 y se denominan *curvas en concha o colina de rendimientos*.

3.6 Turbobombas axiales y diagonales

En la figura 3.16 se muestra una bomba de flujo axial con sus correspondientes triángulos de velocidades a la entrada y la salida. Para las bombas de flujo axial

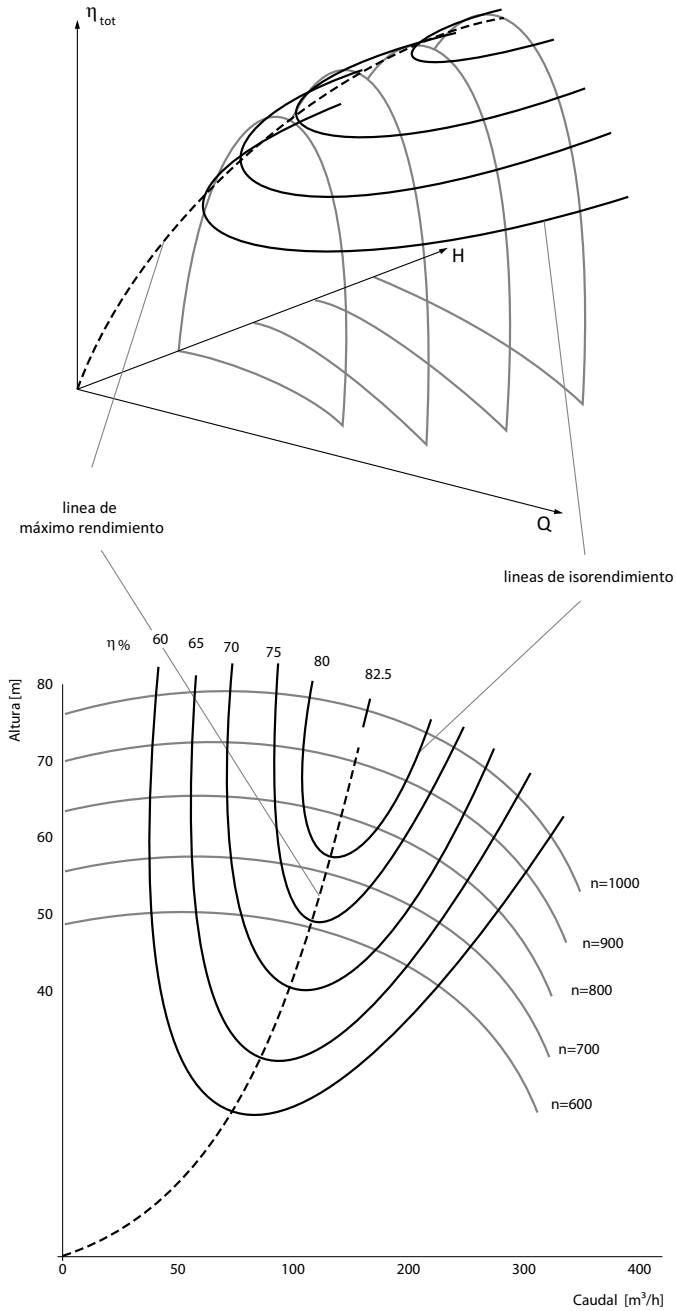


Figura 3.15: Ensayo completo de una bomba centrífuga.

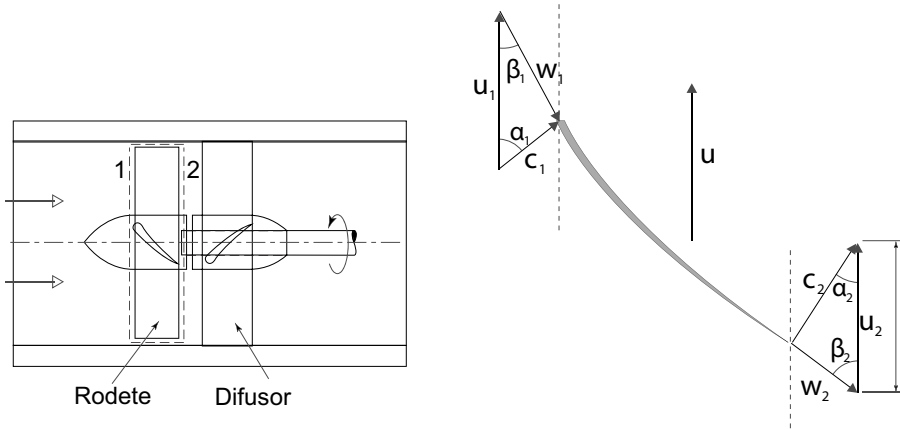


Figura 3.16: Esquema y triángulos de velocidades de una bomba axial.

puede asumirse que las partículas de fluido siguen trayectorias contenidas en superficies cilíndricas, de forma que $u_1 = u_2 = u = \omega r$. Además, como el área de paso de flujo en la entrada y salida del rodete es idéntica, el cumplimiento de la ecuación de continuidad lleva a que $c_{1x} = c_{2x} = c_x$. La consideración de un campo de velocidades uniforme permite relacionar la componente axial de la velocidad con el caudal volumétrico según $Q\eta_v = c_{1x}S_1 = c_{2x}S_2 = c_xS$.

La igualdad de las velocidades de arrastre en las turbobombas axiales permite expresar la altura teórica que el rodete le comunica al fluido según:

$$H_{I\infty} = \frac{c_{2u}u_2 - c_{1u}u_1}{g} = \frac{c_{2u} - c_{1u}}{g}u \quad (3.6)$$

La ecuación anterior es válida con generalidad cuando la velocidad absoluta incide con un cierto ángulo α_1 al álabe ya sea por el efecto de un álabe directriz, un inductor o el propio estátor de la máquina. En caso de no existir prerrotación, siendo ésta la configuración de uso frecuente, se cumple que la componente de velocidad tangencial a la entrada es nula, esto es $c_{1u} = 0$. Si además se asume que el fluido es guiado perfectamente por los álbes se cumplirá que la corriente relativa a la salida del álabe tiene la dirección del ángulo de salida del álabe β_2 . Bajo estas condiciones y utilizando la igualdad trigonométrica $c_{2u} = u_2 - c_x/tg\beta_2$ se obtiene la expresión para la altura teórica de la bomba axial, dada por:

$$H_{I\infty} = \frac{u^2}{g} - \frac{uc_x}{gtg\beta_2} \quad (3.7)$$

En la práctica se prefiere referir la altura al caudal útil y al régimen de giro

obteniéndose:

$$H_{l\infty} = \frac{\pi^2 n^2 r^2}{15^2 g} \left[1 - \frac{\frac{Q}{\eta_v}}{\pi n 2 r t g \beta_2} \right] \quad (3.8)$$

La ecuación obtenida recuerda a la derivada para bombas radiales, pero una importante diferencia existe entre ambas. En el caso de las bombas radiales todas las partículas de fluido realizan el mismo proceso de transformación de energía, esto es todas las partículas de fluido que entran en el rodete sufren la misma desviación. Esto en cambio no es cierto para las bombas axiales en donde el proceso de transformación de energía es función de la posición radial. Si el álabe fuese recto (la curvatura no depende del radio), se tendría que las partículas de fluido más distanciadas del eje recibirían más energía mecánica que las partículas más internas. La experimentación enseñó que el diseño de las bombas axiales de álabes rectos no era eficiente y que se obtenían mejores rendimientos uniformizando el intercambio de energía en el rodete. Para que se cumpla esta condición, como la velocidad axial se mantiene, debe prescribirse una variación de β_2 con el radio haciendo que este tenga una doble curvatura. Asociado con la variación del ángulo se tiene una variación de la velocidad relativa y esto conlleva una variación en la transformación de energía a través del álabe (el grado de reacción aumenta de la punta a la base).

La figura 3.17 muestra las tendencias generales de un ensayo parcial de una bomba axial con álabes orientables. La gráfica superior enseña la evolución de la altura útil con el caudal para 4 orientaciones diferentes de los álabes y la inferior la potencia de accionamiento requerida.

El análisis de las bombas diagonales es difícilmente abordable con la teoría unidimensional. La transformación de energía en la bomba diagonal se encuentra a medio camino entre el diseño radial y el axial. Cuanto mayor sea el número específico mayor será la similitud con la bomba axial. Las expresiones de la altura de Euler a utilizar en las bombas diagonales son las ecuaciones generales ya que ni la componente axial es despreciable como en las radiales ni tampoco la velocidad de arrastre es constante para las líneas de corriente.

Si bien los aspectos de diseño de las bombas diagonales se abordan en la actualidad computacionalmente con modelos tridimensionales, la selección de una bomba diagonal para cubrir una aplicación se realiza por medio de las curvas características suministradas por el fabricante. Como muestra del comportamiento de esta familia, en la figura 3.18 se grafica el ensayo elemental de una bomba diagonal. En las bombas diagonales los álabes no son orientables, pero sí existe la opción de recorte del rodete para lograr adecuar la curva de la bomba a una determinada aplicación.

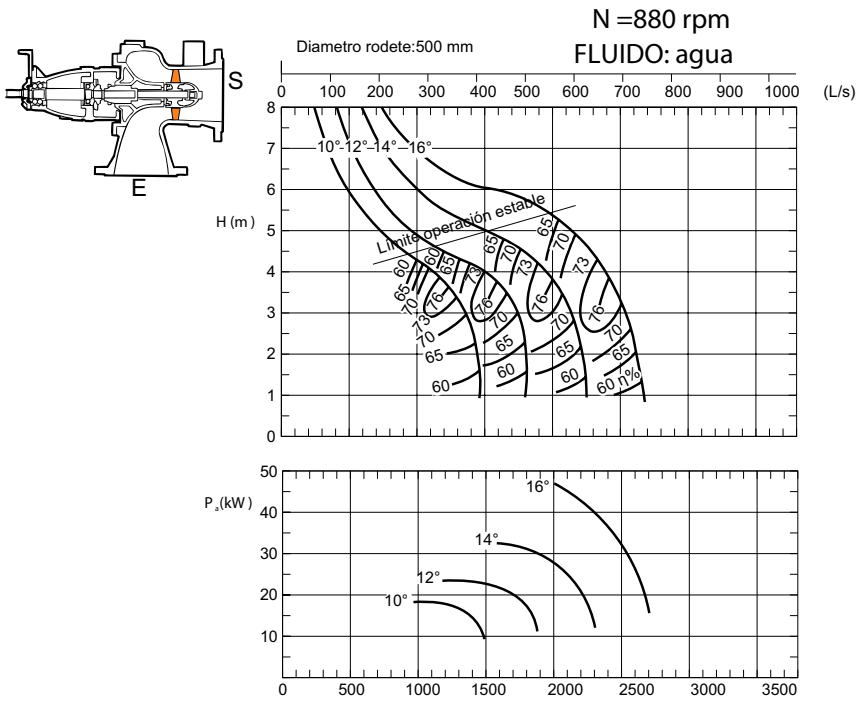


Figura 3.17: Curva característica bomba axial.

EJEMPLO 1

Se diseña una bomba axial con un álabe fijo aguas arriba del rodete. El estátor varía la componente periférica del flujo impartándole un ángulo $\alpha_1 = 75^\circ$ a la salida.

El rodete tiene una velocidad de giro de 500rpm y los álabes a la salida tienen un ángulo $\beta_2 = 70^\circ$. Si el diámetro en la punta del álabe tiene un $D_{ext} = 300\text{mm}$ y en la base el diámetro es $D_{int} = 150\text{mm}$. Sabiendo que se bombea un caudal de 150 l/s de un líquido con densidad relativa $\rho_r = 0.85$, determine:

- La altura de Euler.
- La potencia requerida.

Solución:

a) Primero se obtiene la componente axial de la velocidad

$$c_x = \frac{Q}{A} = \frac{4Q}{\pi(D_{ext}^2 - D_{int}^2)} = \frac{4 \cdot 0.15}{\pi(0.3^2 - 0.15^2)} = 2.83\text{ m/s}$$

La velocidad periférica u del rodete en el radio medio:

$$u \simeq \omega \frac{D_{ext} + D_{int}}{4} = 500 \left(\frac{2\pi}{60} \right) \frac{0.3 + 0.15}{4} = 5.89\text{ m/s}$$

La altura teórica se obtiene con la ecuación general

$$H_{t\infty} = \frac{u}{g} \left[u - c_x \left(\frac{1}{\text{tg}(\alpha_1)} + \frac{1}{\text{tg}(\alpha_2)} \right) \right] = \frac{5.89}{9.81} \left[5.89 - 2.83 \left(\frac{1}{\text{tg}(75)} + \frac{1}{\text{tg}(70)} \right) \right] = 2.46\text{ m}$$

Resp apart. (a)

b) Finalmente para condiciones ideales se obtiene la potencia como

$$P_a = \rho g Q H_{t\infty} = (0.85 \cdot 1000) 9.81 \cdot 0.15 \cdot 2.46 = 3080\text{ W}$$

Resp apart. (b)

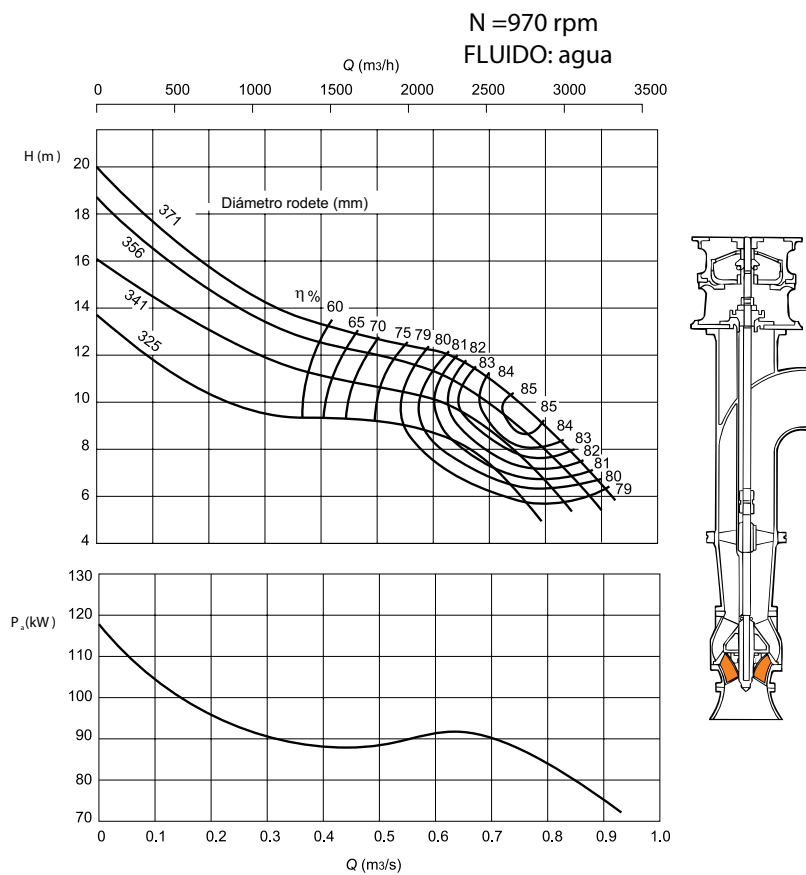


Figura 3.18: Curva característica de una bomba diagonal.

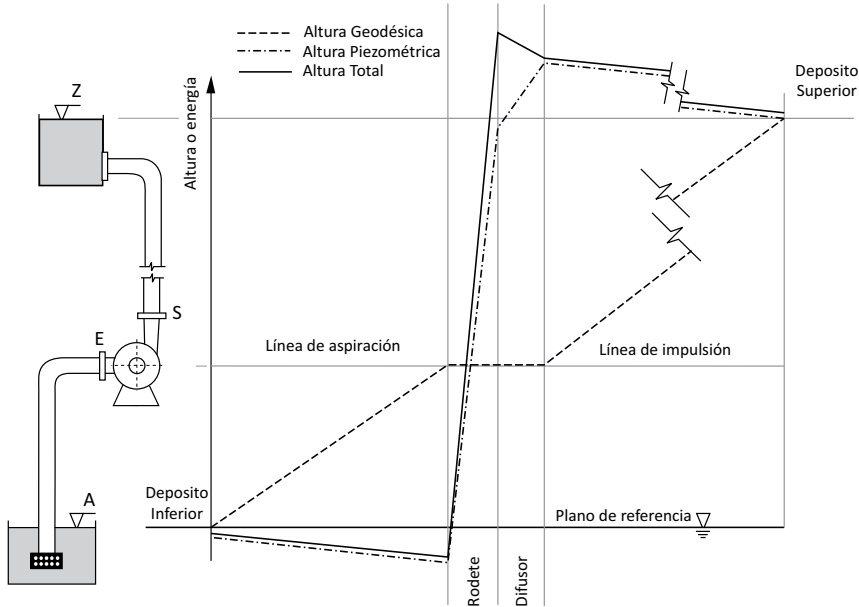


Figura 3.19: Diagrama de transformación de energía. Instalación de bombeo.

3.7 Funcionamiento de una bomba en una instalación

3.7.1 Diagramas de transformación de energía y de pérdidas

Por sistema de bombeo se entiende el conjunto formado por la bomba y la instalación de bombeo (conducciones y depósitos). Por consiguiente, un sistema de bombeo convencional consta fundamentalmente de depósito de aspiración, tubería de aspiración, bomba, tubería de impulsión y depósito final.

El diagrama de transformación de energía, figura 3.19, es un método empleado para representar las sucesivas transformaciones hidráulicas que se verifican en el sistema. Para su resolución se fijan dos cotas, de origen o aspiración A y la del depósito final Z.

En el depósito inferior la energía de posición es nula pues se toma como nivel de referencia; en la tubería de aspiración aumenta hasta alcanzar la cota de la bomba (aquí permanece constante entre entrada y salida de la misma) y por último crece en la tubería de impulsión hasta alcanzar la cota del depósito superior.

En la tubería de aspiración, la energía cinética suele permanecer constante ya que,

generalmente, la sección es la misma en toda la tubería de aspiración. Se producen pérdidas debidas al estrechamiento brusco y a la válvula de pie, elemento formado por una válvula antirretorno (impide el retroceso del líquido) y un filtro (evita la entrada de partículas que podrían dañar los componentes de la instalación: rodete, válvulas, etc).

En consecuencia, se tiene que en la tubería de aspiración se aumenta la energía de posición y se producen pérdidas de energía que son vencidas gracias a la energía de presión, pues el fluido no recibe ninguna clase de energía, con lo cual la depresión aumenta.

El rodete comunica al fluido energía de presión y cinética. En el sistema difusor se aumenta la energía de presión a costa de la energía cinética.

Por último, en la tubería de impulsión la energía de presión se convierte en energía de posición y se deben vencer las pérdidas de carga producidas en la conducción. La energía cinética permanece constante si no se modifica el diámetro. La energía de presión se hace nula en el depósito superior.

3.7.2 Punto de funcionamiento y regulación de una bomba

Los requerimientos de presión y caudal exigidos a una bomba pueden variar mientras está en funcionamiento, por lo que es usual tener que modificar el punto de funcionamiento de la misma. El punto de funcionamiento es la intersección entre las curvas características de la bomba y la instalación, por lo que para modificarlo deberá cambiar la curva característica de la bomba, o la de la instalación, o ambas.

Se puede actuar sobre la curva característica de la bomba cambiando directamente la velocidad de giro del rodete. Este sistema permite movernos a lo largo de la curva de instalación, que no se ve afectada, con unos costes de operación o explotación muy pequeños, ya que se ajusta la potencia consumida a la mínima requerida. En general actuar sobre la curva de la bomba implica unos costes de instalación altos.

El procedimiento más barato y sencillo de instalación y funcionamiento es la regulación del caudal mediante el estrangulamiento de la válvula de impulsión, para n constante. Aunque el rendimiento es menor que en otros sistemas de regulación (variando número de revoluciones, orientación de corona directriz de la entrada, etc.). El estrangulamiento se efectúa mediante una válvula generalmente de compuerta (a veces de aguja, pudiendo ser de cualquier otro tipo de forma interior más aerodinámica) colocada siempre en la impulsión (debido al riesgo de cavitación en la tubería de aspiración).

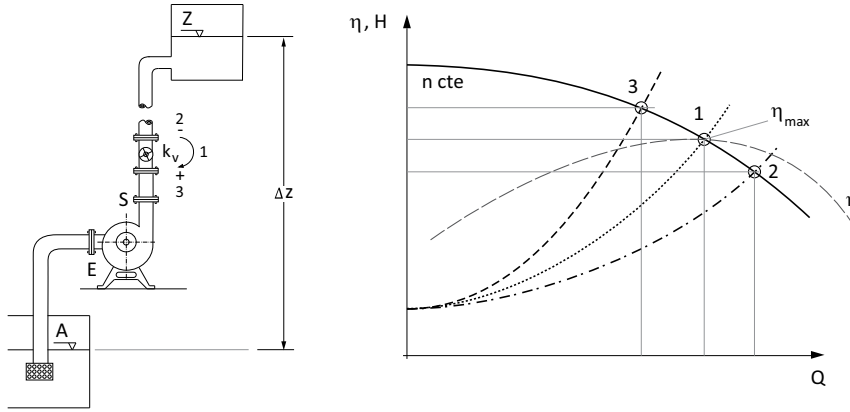


Figura 3.20: Curvas de la instalación al variar k_v de la válvula de impulsión.

Se desea bombear entre dos niveles, A y Z. Dado un caudal Q y para giro constante se tiene que $H = f(Q)$. Para dar la altura deseada se debe tener en cuenta que en la aspiración, en la impulsión y en la disposición de la instalación se producirán pérdidas. Puede expresarse así:

$$H = H_{ext} + (k' + k_v) Q^2 \quad (3.9)$$

$$H = \Delta z + \left\{ \left(f \frac{L}{D} + \Sigma k_i \right) \frac{8Q^2}{\pi^2 g D^4} \right\}_{aspiración} + \left\{ \left(f \frac{L}{D} + k_v + \Sigma k_i \right) \frac{8Q^2}{\pi^2 g D^4} \right\}_{impulsión} \quad (3.10)$$

Siendo H_{ext} la diferencia de alturas piezométricas de ambos depósitos, que varía si se modifican los niveles de los depósitos inferior, superior, o la presión de los mismos. k' es el coeficiente de pérdidas de la instalación (fricción, singularidades, etc.), y sólo depende de la instalación, polo lo que si no se modifica la instalación k' permanece invariable. El coeficiente de pérdidas asociado a la válvula, k_v , depende de la válvula y aumenta al cerrarse ésta.

Sobre la gráfica de la figura 3.20, vemos representado el punto de funcionamiento nominal (1), que si la bomba está correctamente seleccionada corresponderá al punto de rendimiento máximo. Si se abre la válvula completamente estaremos en el punto de caudal máximo (2). Si el factor de carga de la instalación es elevado, es decir, se requiere funcionamiento frecuente a caudal máximo sería interesante hacer coincidir el punto de rendimiento óptimo con el de funcionamiento con caudal máximo o válvula completamente abierta. Si se va cerrando la válvula el caudal irá decreciendo, punto (3).

3.7.3 Acoplamiento de bombas

Para determinadas operaciones es inviable el uso de una única bomba, ya que el rango de caudales y/o energía necesaria puede variar mucho. Con lo que si se dimensiona la instalación para una única bomba, ésta debería poder alcanzar tanto los máximos como los mínimos fijados, con lo que la regulación se haría con rendimientos muy bajos además de que la seguridad y aseguramiento de suministro sería mucho menor, pues si algo fallase no se podría restituir el caudal hasta reparar o cambiar la bomba.

Para solventar estos inconvenientes se opta por acoplar varias bombas, pudiendo hacerse en paralelo o en serie. Es habitual instalar un grupo de bombas con las tuberías y válvulas necesarias para que puedan funcionar en serie cuando se desea aumentar H o en paralelo, cuando se desea aumentar Q .

3.7.3.1 Acoplamiento en paralelo

Frente a una instalación compuesta por una única bomba sobredimensionada, el funcionamiento de una instalación con bombas en paralelo resulta más flexible y económico, véase figura 3.21.

Si las bombas que se conectan en paralelo son iguales, la altura de bombeo será igual para todas ellas. Sin embargo, el caudal total será la suma de los individuales de cada bomba, siendo idénticos en cada punto de funcionamiento dado. Sean dos bombas iguales acopladas en paralelo, para obtener la curva característica del grupo de bombeo, se duplica la abscisa Q para cada altura constante H . Además el rendimiento total será el mismo que el de cada bomba individualmente en ese punto de funcionamiento. Por lo tanto se tiene que:

$$H = H_1 = \dots = H_{n_p} \quad H_{m\acute{a}x} = H_{m\acute{a}x\text{bomba}} \quad (3.11)$$

$$\eta_{tot} = \eta_1 = \dots = \eta_{n_p} \quad (3.12)$$

$$Q_{total} = n_p Q \quad Q_{m\acute{a}x} = n_p Q_{m\acute{a}x\text{bomba}} \quad (3.13)$$

donde n_p representa el número de bombas en paralelo.

En cambio, si las bombas acopladas son diferentes cada bomba tiene una relación altura-caudal propia por lo que cada una tendrá un valor de altura y caudal en un punto de funcionamiento dado, es decir, para obtener cada punto de la curva característica del acoplamiento hay que sumar los caudales que circulan por cada bomba para la altura buscada, constante. Se debe tener en cuenta que al ser

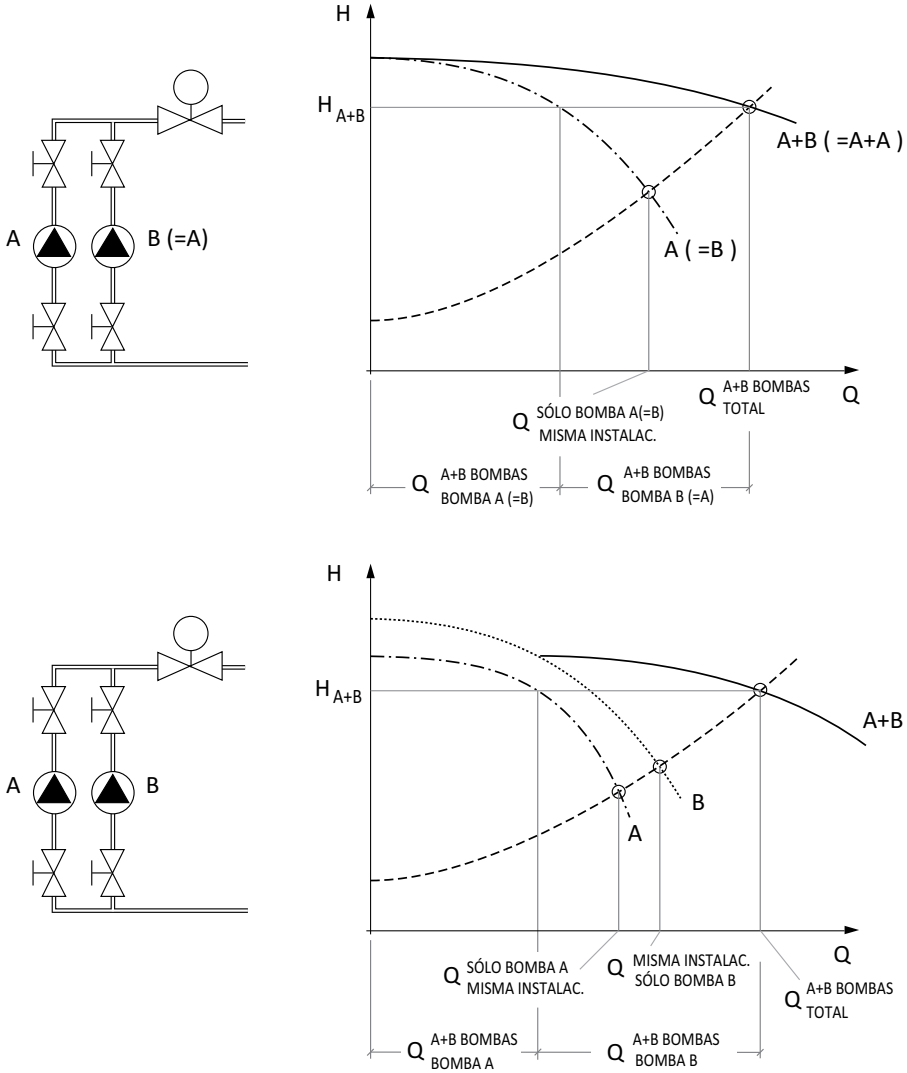


Figura 3.21: Acoplamiento de bombas en paralelo. Superior: dos bombas iguales. Inferior: diferentes bombas.

bombas diferentes habrá una limitante ya que la máxima altura que pueda suministrar será la máxima del agrupamiento puesto que, de superar este valor, el fluido comenzaría a circular en sentido contrario. Así mismo el rendimiento no será el mismo, será una ponderación de los rendimientos individuales de cada bomba en ese punto de funcionamiento.

$$H = H_1 = \dots = H_{n_p} \quad H_{m\acute{a}x} = \min(H_{m\acute{a}x_i}) \quad (3.14)$$

$$\eta_{tot} = \frac{\Sigma Q_i}{\Sigma \left(\frac{Q_i}{\eta_i} \right)} \quad (3.15)$$

$$Q_{total} = \Sigma Q_i \quad Q_{m\acute{a}x} = \Sigma Q_{m\acute{a}x_i} \quad (3.16)$$

De lo expuesto se deduce que para trabajar en paralelo se deben escoger bombas cuyas alturas en los puntos de diseño sean aproximadamente iguales (aunque los caudales sean diferentes).

3.7.3.2 Acoplamiento en serie

En este caso la impulsión de una está conectada a la aspiración de la siguiente y así sucesivamente, figura 3.22. Por lo tanto, el caudal que atraviesa cada una de ellas es el mismo, mientras que la altura total es la suma de las alturas proporcionadas por cada una.

Si se conectan dos bombas en serie iguales, la curva característica del acoplamiento se obtiene duplicando la altura de una bomba para cada caudal, quedando el caudal máximo invariable y la altura máxima duplicada. El rendimiento del grupo es idéntico, para cada caudal, al de una bomba.

$$H_{total} = n_s H \quad H_{m\acute{a}x} = n_s H_{m\acute{a}x\,bomba} \quad (3.17)$$

$$\eta_{tot} = \eta_1 = \dots = \eta_{n_s} \quad (3.18)$$

$$Q_{total} = Q_1 = \dots = Q_{n_s} \quad Q_{m\acute{a}x} = Q_{m\acute{a}x\,bomba} \quad (3.19)$$

donde n_s es el número de bombas en serie.

Si son dos bombas distintas las conectadas en serie, su curva característica viene dada por la suma de las alturas que proporcionan cada una de ellas para cada caudal. En este caso la bomba limitante es la de $Q_{m\acute{a}x}$ más pequeño, pues por encima de esos caudales esta bomba no dará altura y por tanto se hace un by-pass y el grupo de bombeo pasa a estar compuesto únicamente por la bomba que queda en funcionamiento y la curva característica coincide con la de la bomba operativa

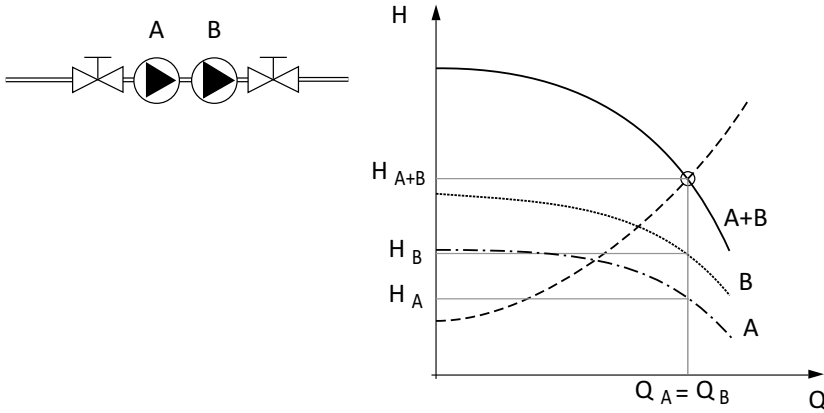


Figura 3.22: Acoplamiento de bombas en serie.

y se pierde el significado de grupo de bombeo. El rendimiento será nuevamente una ponderación del individual de cada una.

$$H_{total} = \Sigma H_i \quad H_{m\acute{a}x} = \Sigma H_{m\acute{a}x i} \quad (3.20)$$

$$\eta_{tot} = \frac{\Sigma H_i}{\Sigma \left(\frac{H_i}{\eta_i} \right)} \quad (3.21)$$

$$Q_{total} = Q_1 = \dots = Q_{n_s} \quad Q_{m\acute{a}x} = \text{m}\acute{i}\text{n}(Q_{m\acute{a}x \text{ bombai}}) \quad (3.22)$$

Para que la conexi3n en serie sea m\acute{a}s \acute{u}til se deben elegir bombas que tengan aproximadamente el mismo caudal de dise\~{n}o, aunque las alturas correspondientes sean diferentes.

3.8 Transitorios y anomal\~{i}as en el funcionamiento

3.8.1 Cebado de la bomba

El cebado consiste en llenar de agua la tuber\~{i}a de aspiraci3n y el cuerpo de la bomba, para lo cual el aire debe poder escapar al exterior. Antes de arrancar la bomba tiene que estar completamente llena de l\~{i}quido, a fin de no da\~{n}ar las partes de la bomba que dependen de l\~{i}quido para su lubricaci3n.

Las bombas rotodin\~{a}micas no son autocebantes, luego necesitan ser cebadas antes de su puesta en marcha. Para justificar esto tomemos como ejemplo una bomba que suministra una altura de $100m$. Como ya se ha visto la energ\~{i}a espec\~{i}fica

suministrada por una turbobomba, si se prescinde de pérdidas, se expresa según la ecuación $E = c_{2u}u_2 - c_{1u}u_1 = gH$ y por lo tanto:

$$E = 9.81 \cdot 100 = 981 \frac{m^2}{s^2} \quad (3.23)$$

que es independiente del tipo de fluido bombeado. Cuando la bomba inicia su funcionamiento está llena de aire por lo que se comportará como un ventilador, entonces, suponiendo una densidad del aire de $1.25 \frac{kg}{m^3}$ se obtiene:

$$E = gH = \frac{\Delta p}{\rho} = 981 \rightarrow \Delta p = 1226.25 \frac{N}{m^2} = 0.125 mca \quad (3.24)$$

de lo cual se extrae que la bomba sólo podría elevar el agua hasta una altura de 12.5 cm en la tubería de aspiración. Por el contrario, si la bomba está llena de agua y si la densidad del agua tiene un valor de $1000 \frac{kg}{m^3}$:

$$E = gH = \frac{\Delta p}{\rho} = 981 \rightarrow \Delta p = 9.81 \cdot 10^5 \frac{N}{m^2} = 100 mca \quad (3.25)$$

entonces la bomba sí podrá elevar el agua desde el depósito inferior e impulsarlo hasta una altura de 100 metros (sin tener en cuenta las pérdidas).

3.8.2 Altura neta de succión. Cavitación en bombas

La cavitación es un fenómeno que consiste en la formación en los líquidos de cavidades, llenas de vapor de líquido y de gases disueltos en él. Estas cavidades o burbujas se forman cuando en algún punto se alcanza una presión equivalente o menor a la tensión de vapor, momento en el que el líquido se vaporiza. La presión de saturación de vapor es función de la temperatura y aumenta con ésta.

Si se analiza este proceso en un diagrama termodinámico Presión-Temperatura (P - T), véase la figura 3.23, podemos identificar los tres estados de la materia; sólido, líquido y gas, que confluyen en el punto triple. Respecto al cambio de fase de líquido a gas, puede realizarse por dos vías diferentes:

- Aumentando la temperatura del fluido a presión constante, desplazándonos hacia la derecha en el diagrama, ebullición.
- Disminuyendo la presión a temperatura constante, desplazándonos hacia abajo en el diagrama, cavitación.

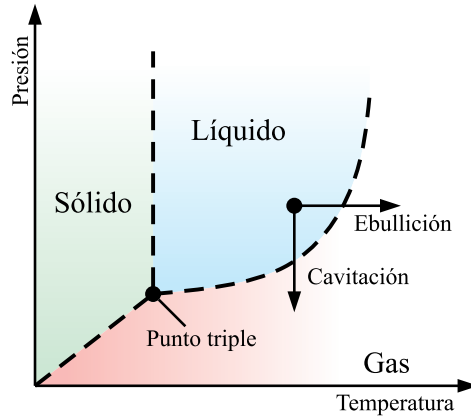


Figura 3.23: Diagrama termodinámico de fases.

El fenómeno de la cavitación es fundamentalmente mecánico, erosión debida a golpes, aunque la cavitación no es un fenómeno meramente mecánico, sino extraordinariamente complejo ya que puede depender en parte de procesos termodinámicos ligados con la ebullición y condensación de vapor y de fenómenos químicos y eléctricos.

El agua, en el caso de turbomáquinas, lleva disuelto en su seno una cierta cantidad de gases, fundamentalmente aire y oxígeno. Según la Ley de Henri, la cantidad de gases disueltos es directamente proporcional a la presión, de tal manera que cuando ésta descende, disminuye la solubilidad, expulsando el líquido parte de los gases que lleva disueltos. Por tanto la liberación de estos gases propiciará la oxidación de las paredes metálicas y el fluido en su movimiento erosionará estas paredes arrastrando el óxido, por lo que se crea un ciclo de corrosión-erosión.

Por otra parte, las burbujas formadas debido a la turbulencia pasan a ocupar puntos de mayor presión en el seno del fluido, colapsando. Sin embargo y puesto que el vapor ocupa un volumen mucho mayor que su equivalente líquido cuando colapsan se generan repentinas implosiones que ocasionan presiones puntuales muy elevadas. Además de estas ondas de presión, el colapso de las burbujas de gas generan microchorros de líquido a alta velocidad. Si estas implosiones se producen junto a las paredes del rodete da lugar a una erosión y originan esfuerzos de fatiga, pudiendo producir fisuras, figura 3.24.

En general la cavitación afecta adversamente al funcionamiento de una turbomáquina, disminuye la potencia útil en turbinas y aumenta la de accionamiento en bombas además de producir vibraciones, desalineación de ejes y por tanto disminución de rendimiento y de la vida de la máquina. Los objetivos actuales de la



Figura 3.24: Resultado de la cavitación sobre un rodete.

lucha contra la cavitación en las turbomáquinas son los siguientes:

- Conseguir formas de los álabes tales que en los regímenes diversos de funcionamiento de la máquina se evite la cavitación, o en algunos casos se reduzca a un mínimo tolerable.
- Selección de altura de aspiración de manera que se evite la cavitación o se reduzca a un valor admisible.
- Selección de materiales resistentes a la cavitación.

La construcción de bombas rápidas (elevada n_s) propició que el estudio de cavitación se iniciase en el caso de las bombas.

Sea una sección E situada en el centro de la brida de aspiración se puede referir una altura en la aspiración tal que:

$$H_E = \frac{p_E}{\rho g} + \frac{c_E^2}{2g} \quad (3.26)$$

En la boca de aspiración, ya en el interior de la bomba, el fluido se acelera a expensas de la energía mencionada, parte de la cual también se consume en vencer rozamientos, disminuyendo simultáneamente la presión hasta un valor $\frac{p_s}{\rho g}$, que se recuerda es el valor de saturación y origen de cavitación. Para evitar la cavitación la altura en la aspiración disponible como mínimo será:

$$H_{E_d} = \frac{p_E}{\rho g} + \frac{c_E^2}{2g} - \frac{p_s}{\rho g} \quad (3.27)$$

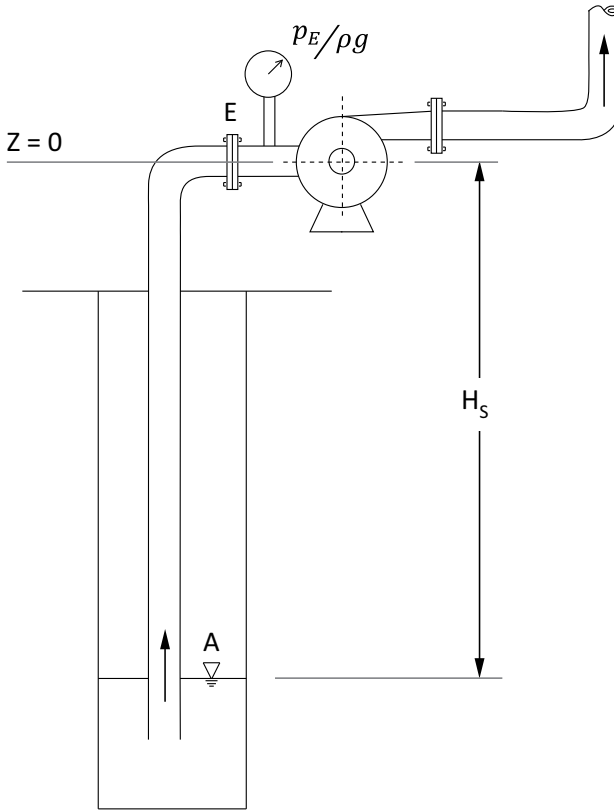


Figura 3.25: Altura de aspiración de una bomba.

Por otra parte y aplicando la ecuación de la energía mecánica entre A y E, tomando como referencia el plano $z = 0$ tal como se indica en la figura 3.25 y despreciando la energía cinética en el pozo de aspiración, es decir, $\frac{c_A^2}{2g} \simeq 0$ se tiene:

$$\frac{p_A}{\rho g} - H_s - H_{r_{A-E}} = \frac{p_E}{\rho g} + \frac{c_E^2}{2g} \quad (3.28)$$

donde p_A suele coincidir con la presión barométrica o atmosférica. Así pues, de estas dos últimas ecuaciones se deduce que:

$$H_{E_d} = \frac{p_A - p_s}{\rho g} - H_s - H_{r_{A-E}} \quad (3.29)$$

Esta altura es la misma que se expresa por el concepto nacido en USA de $NPSH_{disponible}$.

Para evitar la cavitación:

$$NPSH_{disponible} = H_{E_d} \geq \Delta h = NPSH_{necesaria} \quad (3.30)$$

siendo Δh un parámetro de excepcional importancia en el estudio de la cavitación de las bombas que se denomina caída de altura de presión en el interior de la bomba. Por tanto, de las expresiones anteriores se tiene:

$$NPSH_{necesaria} \equiv \Delta h = \left(\frac{p_E - p_s}{\rho g} + \frac{c_E^2}{2g} \right)_{mín} \quad (3.31)$$

$$NPSH_{necesaria} \equiv \Delta h = \left(\frac{p_A - p_s}{\rho g} - H_s - H_{r_{A-E}} \right)_{mín} \quad (3.32)$$

el factor Δh no es una constante para cada bomba, sino que es función del caudal nominal, o caudal de óptimo rendimiento de la bomba. No es posible hallarlo teóricamente, pero es sencillo determinarlo experimentalmente.

Para efectuar una buena instalación de la aspiración, de lo que depende el correcto funcionamiento y vida de una bomba, se debe tener en cuenta que el valor máximo de la altura de aspiración es, despejando de la ecuación 3.32:

$$H_{s_{max}} = \frac{p_A - p_s}{\rho g} - H_{r_{A-E}} - \Delta h \quad (3.33)$$

de aquí se deduce que la altura de aspiración, o distancia en vertical desde el nivel inferior al eje de la bomba será menor si:

- $\frac{p_A}{\rho g}$ es menor. Si la bomba aspira de la atmósfera, cuanto mayor es la altitud sobre el nivel del mar del lugar de la instalación la H_s máxima admisible será menor.
- $\frac{p_s}{\rho g}$ es mayor. Las bombas que aspiran líquidos calientes cavitan más fácilmente.
- $H_{r_{A-E}}$ es mayor. Para disminuir las pérdidas en la tubería de aspiración se han de evitar los codos, aumentar el diámetro, e incluso eliminar la válvula de pie y alcachofa, cebando la bomba con bomba de vacío.
- Δh es mayor. Para una misma bomba, cuanto mayor sea n_s mayor es Δh . Si se precisa aumentar H_s se deberá instalar una bomba de menor n_s , lo cual para un mismo Q y H requeridos equivale a emplear una bomba menos revolucionada.

- Q sea mayor. Al aumentar Q aumentan Δh y $H_{r_{A-E}}$ y con ello aumenta el peligro de cavitación. Si una bomba cavita, a menudo basta reducir el caudal para evitar este fenómeno.

Se define coeficiente de cavitación de las bombas como:

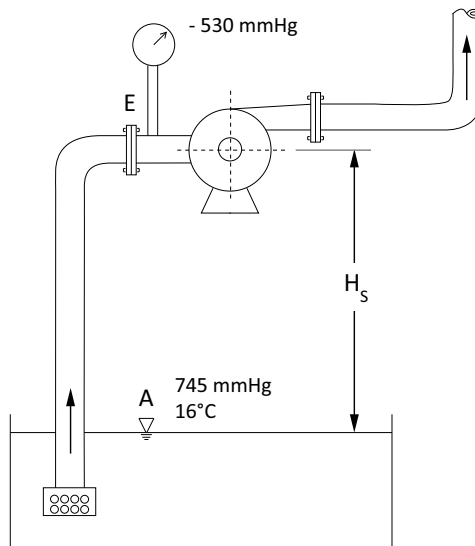
$$\sigma = \frac{\Delta h}{H} = \frac{\frac{p_A - p_s}{\rho g} - H_s - H_{r_{A-E}}}{H} \quad (3.34)$$

Siendo Δh dependiente de la forma geométrica de la bomba, aunque casi exclusivamente de la forma de la boca de entrada del rodete, así como de la curvatura del álabe.

EJEMPLO 2

Las características nominales de una bomba radial, cuya tubería de aspiración tiene un diámetro de 110mm , con un espesor de 7.5mm , son las siguientes:

- Caudal: $1850\text{L}/\text{min}$
- $H = 35\text{m}$
- Pérdidas totales en tubería de aspiración: 1.15m



Se realiza un ensayo de cavitación a una presión atmosférica de 745mmHg y a una temperatura del agua de 16°C , aumentando gradualmente la altura de aspiración. El inicio de la cavitación se produce cuando el vacuómetro conectado a la entrada de la bomba marca una presión de -530mmHg . Calcular:

- El coeficiente de cavitación de la bomba y $NPSH_{necesario}$
- La altura de aspiración máxima de esta bomba

Solución:

a) Se parte de la ecuación:

$$\frac{p_A}{\rho g} - H_s - H_{r_{A-E}} = \frac{p_E}{\rho g} + \frac{c_E^2}{2g}$$

teniendo en cuenta que p_A es la presión atmosférica, y a la vista del enunciado se tiene que:

$$\left(\frac{p_E}{\rho g}\right)_{relativa} = -\frac{\frac{530}{760} \cdot 1.013 \cdot 10^5}{1000 \cdot 9.81} = -7.2\text{m} \quad \frac{p_A}{\rho g} = \frac{\frac{745}{760} \cdot 1.013 \cdot 10^5}{1000 \cdot 9.81} = 10.1\text{m}$$

entonces $\frac{p_E}{\rho g} = -7.2 + 10.1 = 2.9\text{m}$

$$Q = \frac{1850}{60 \cdot 1000} = 0.0308\text{m}^3/\text{s}$$

En la sección de entrada $Q = c_E S_E \rightarrow c_E = \frac{0.0308}{\pi \frac{(0.110 - 2 \cdot 0.0075)^2}{4}} = 4.35\text{m/s}$, luego:

$$\frac{c_E^2}{2g} = 0.96\text{m}$$

Sustituyendo se tiene que:

$$\frac{p_A}{\rho g} - H_s - H_{r_{A-E}} = 2.9 + 0.96 = 3.86\text{m}$$

Entrando en las tablas de vapor saturado de agua se obtiene su presión de saturación para 16°C y presión absoluta de $\frac{745}{760} \cdot 1.013 \cdot 10^5 = 99300.66\text{Pa}$. Siendo $p_s = 1818.55\text{Pa}$ entonces $\frac{p_s}{\rho g} = 0.185\text{m}$.

Se había definido el coeficiente de cavitación como:

$$\sigma = \frac{\Delta h}{H} = \frac{\frac{p_A - p_s}{\rho g} - H_s - H_{r_{A-E}}}{H}$$

en consecuencia

$$\sigma = \frac{3.86 - 0.185}{35} = 0.105$$

recordando que $\Delta h \equiv NPSH_{necesario}$ se tiene que

$$NPSH_{necesario} = H\sigma = 3.675 \text{ m}$$

Resp apart. (a)

b) Teniendo en cuenta que p_A es la presión atmosférica, $H_{r_{A-E}} = 1.15 \text{ m}$ y sustituyendo en la expresión:

$$H_{s_{m\acute{a}x}} = \frac{p_A - p_s}{\rho g} - H_{r_{A-E}} - \Delta h$$

$$H_{s_{m\acute{a}x}} = 10.1 - 0.185 - 1.15 - 3.675 = 5.09 \text{ m}$$

Resp apart. (b)

3.8.3 Golpe de ariete

Es un fenómeno transitorio que se produce en las conducciones cuando por alguna circunstancia se interrumpe el paso del flujo y varía bruscamente su velocidad. En las conducciones por las que circulan líquidos (como el caso de las *TMH*), los módulos de elasticidad de fluido y conducción pueden ser comparables. Así, ante un cambio súbito en las condiciones del flujo, además de la variación de la densidad del fluido, puede variar la sección de paso por deformación del material del conducto.

Esto es, si la onda generada para informar al flujo del cambio habido en las condiciones produce una sobrepresión, tendrá lugar además una dilatación de la sección

transversal de la conducción, mientras que si el flujo es atravesado por una onda de presión negativa, se producirá una contracción del conducto. La determinación de la magnitud de los incrementos de presión (positivos o negativos) es fundamental en la fase de diseño a fin de evitar roturas o averías.

Esta sobrepresión depende de los siguientes factores:

- longitud, diámetro, espesor y material de la tubería.
- velocidad del agua en dicha tubería.
- tiempo o duración del cierre o apertura de los órganos de regulación.

En bombas la tubería de impulsión debe resistir la altura estática y la dinámica producida por el golpe de ariete. Cobra importancia cuanto mayor longitud de tubería y mayor diferencia de cotas, siendo el punto más peligroso la salida de la bomba en el instante en que se cierra la válvula.

El golpe de ariete es más fuerte cuando la válvula se cierra rápidamente. Por este motivo la válvula no debe ser de mariposa o esférica, sino de volante. En cualquier caso, hay que tomar las precauciones suficientes para que el cierre se realice lentamente.

En cuanto a dificultad de resolución, el cierre de la válvula antirretorno cuando se interrumpe la corriente eléctrica que alimenta al motor, bien por desconexión o por fallo es un problema a tener en cuenta. En estas circunstancias la válvula antirretorno se cierra automáticamente con la consiguiente probabilidad de producción de golpe de ariete importante.

Por lo tanto, una correcta valoración del golpe de ariete que se pueda producir en la instalación influirá sobre el diseño, material y cálculo de resistencia de la tubería forzada y ciertos órganos de regulación, así como en la selección del tiempo de cierre de dichos órganos de regulación.

Para el cálculo de la velocidad de propagación (a) del sonido en una tubería se emplea la fórmula de Jukowski:

$$a = \frac{\sqrt{\frac{\varepsilon}{\rho}}}{\sqrt{1 + \frac{\varepsilon D}{E \delta}}} \quad (3.35)$$

donde ε es el módulo de elasticidad volumétrico del fluido (para agua 2000 MN/m^2), ρ su densidad, E es el módulo de elasticidad del material de la tubería, D es su diámetro y δ su espesor.

Tabla 3.1: Coeficientes C y K .

		Longitud de la conducción (m)	K
Pendiente	C	$L < 500$	2
$< 20\%$	1	$L \sim 500$	1.75
$\sim 30\%$	0.5	$500 < L < 1500$	1.5
$\geq 40\%$	0	$L \sim 1500$	1.25
		$L > 1500$	1

Con el valor de la velocidad de propagación del fluido en la tubería forzada y teniendo en cuenta su longitud total se puede definir como t_r el tiempo empleado por la onda acústica en recorrer el camino de ida y vuelta desde la válvula u órgano de regulación al embalse o cámara de equilibrio, donde se refleja regresando al punto de partida. Por tanto:

$$t_r = \frac{2L}{a} \quad (3.36)$$

Como se dispone de una medida de tiempo de la propagación de la onda y se conoce el tiempo de cierre o apertura completa de la válvula u órgano de regulación (T_s) se puede clasificar el tipo de cierre en dos grandes grupos, cierre rápido o lento tal que:

$$\begin{aligned} \text{Cierre rápido: } T_s &\leq t_r \\ \text{Cierre lento: } T_s &> t_r \end{aligned} \quad (3.37)$$

Si T_s se desconoce, para su estimación en el caso de las bombas se puede emplear la fórmula ajustada empíricamente de Mendiluce:

$$T_s = C + K \frac{Lv}{gH} \quad (3.38)$$

donde C y K son dos coeficientes tabulados en la tabla 3.1 que dependen de la longitud y pendiente de la impulsión respectivamente. En esta expresión, L es la longitud de la tubería, v es la velocidad media del fluido en ella y H es la altura efectiva suministrada por la bomba.

Si se produce un cierre lento se puede valorar la sobrepresión producida mediante la fórmula propuesta por Michaud:

$$\Delta H = \frac{2LV}{gT_s} \quad (3.39)$$

Si el cierre es rápido se emplea la expresión de Allievi:

$$\Delta H = \frac{aV}{g} \quad (3.40)$$

Considerando una tubería suficientemente larga, igualando ambas expresiones, se obtiene la expresión de la longitud crítica:

$$L_c = \frac{aT_s}{2} \quad (3.41)$$

donde:

$L < L_c$: conducción corta (cierre lento)

$L > L_c$: conducción larga (cierre rápido)

EJEMPLO 3

Se pretende conocer la sobrepresión producida en la tubería de impulsión de una bomba con las siguientes características:

- Altura geométrica: 35 m
- Altura piezométrica: 50 m
- H : 58 m
- Caudal: $0.015 \text{ m}^3/\text{s}$
- Conducción de acero en impulsión:
 - Diámetro: 97 mm
 - Espesor: 6 mm
 - Módulo de elasticidad del acero, $E = 2 \cdot 10^5 \text{ MN/m}^2$
 - Longitud: 118 m

Solución:

En primer lugar se procede al cálculo de la velocidad de propagación de la onda sonora, para lo que se tendrá en cuenta el diámetro interno, es decir, $D_i = D - 2\delta$.

$$a = \frac{\sqrt{\frac{2000 \cdot 10^6}{1000}}}{\sqrt{1 + \frac{2000 \cdot 10^6 \cdot 0.085}{200000 \cdot 10^6 \cdot 0.006}}} = 1323.6 \text{ m/s}$$

Ahora se calcula el tiempo que tarda esta onda en subir y bajar por la conducción:

$$t_r = \frac{2 \cdot 118}{1323.6} = 0.18 s$$

Como el fabricante no proporciona el tiempo de cierre de la válvula se calcula mediante la expresión de Mendiluce:

$$T_s = C + K \frac{Lv}{gH}$$

Como $L < 500$, entonces $K = 2$. El ángulo que forma la tubería con la horizontal, siendo $\text{sen} \alpha = \frac{H_g}{L} \rightarrow \alpha = 17.25^\circ$. Conocido este ángulo, se calcula la pendiente, $m = \text{tg} \alpha = \frac{H_g}{\Delta x} = \frac{H_g}{L \cos \alpha} = 0.31$, con lo que $C = 0.5$. Conocida la velocidad a partir del caudal, $v = \frac{Q}{S} = \frac{0.015}{\pi \frac{0.085^2}{4}} = 2.64 m/s$:

$$T_s = 0.5 + 2 \frac{118 \cdot 2.64}{9.81 \cdot 58} = 1.6 s$$

También se puede calcular la longitud crítica, siendo esta:

$$L_c = \frac{aT_s}{2} = 1058.9 m$$

Entonces $L < L_c$, constituyendo de este modo una impulsión corta y $T_s > t_r$ lo que implica que se trata de un cierre lento. Empleando la expresión de Michaud se obtiene la sobrepresión generada:

$$\Delta H = \frac{2 \cdot 118 \cdot 2.64}{9.81 \cdot 1.6} = 39.7 mca$$

Por lo tanto la altura de presión total más la generada por golpe de ariete será:

$$H_{pt} = 50 + 39.7 = 89.7 mca$$

Resp.

Capítulo 4

Turbinas

Las turbinas hidráulicas son máquinas motoras cuyo principio de funcionamiento se basa en la variación del momento de la cantidad de movimiento, típicamente usadas para la transformación de energía en las centrales de aprovechamiento hidráulico. En ellas, el agua, antes de efectuar el salto, tiene toda su energía en forma de energía de posición; de manera canalizada discurre a lo largo de la tubería forzada, donde, a su término, a la entrada de la turbina, la energía de posición se ha transformado en su mayor parte en energía de presión y en una pequeña parte, en energía cinética.

Actualmente existe un gran número de turbinas pero se centrará su estudio en los tres casos más generales y representativos: turbinas Pelton, Francis y Kaplan.

4.1 Clasificación

4.1.1 Según dirección del flujo

La clasificación más empleada para las turbinas hidráulicas, hace referencia a la dirección predominante que realiza en agua al atravesar el rodete de la turbina. Se muestran fotografías de las más habituales en la figura 4.1.

- Turbinas axiales (Kaplan)
- Turbinas radiales (Francis lenta)
- Turbinas diagonales (turbina Francis)



(a)



(b)



(c)

Figura 4.1: Detalle de rodetes de turbinas: a) Pelton. b) Francis. c) Kaplan.

- Turbinas tangenciales (Pelton)

4.1.2 Según disposición del eje

- De eje horizontal
- De eje vertical
- De eje inclinado

4.1.3 Según velocidad específica

En este caso, se emplea la expresión $n_s = \frac{n\sqrt{P_a}}{(H)^{5/4}}$ donde P_a viene dada en CV, H en m y n en r.p.m. Según se puede ver en la tabla 4.1, cada rango de velocidad específica se asocia a un tipo de turbina.

Tabla 4.1: Rangos de velocidades específicas de cada tipo de turbina.

n_s	Tipo de turbina
< 32	Pelton
$32 < n_s < 450$	Francis
> 450	Kaplan

4.1.4 Según la transformación de energía

- Turbinas de reacción: parte de la energía intercambiada es de presión y parte es cinética, como ocurre por ejemplo en las turbinas Francis y Kaplan aquí tratadas.
- Turbinas de acción: solamente aprovechan la energía cinética del agua, no existiendo variación de presión al paso por el rodete puesto que trabajan a presión atmosférica. Siendo la turbina Pelton el ejemplo más extendido.

4.2 Análisis de la ecuación de Euler para turbinas hidráulicas

Para este tipo de turbomáquinas la expresión de la ecuación de Euler en su segunda forma es:

$$H_{r\infty} = \left(\frac{u_1^2 - u_2^2}{2g} + \frac{c_1^2 - c_2^2}{2g} + \frac{w_2^2 - w_1^2}{2g} \right) \quad (4.1)$$

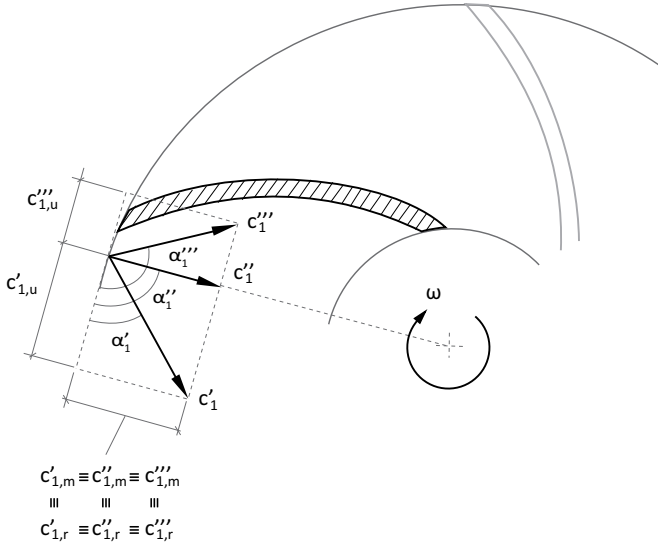


Figura 4.2: Influencia del ángulo α_1 en turbinas centrípetas.

Como en el caso de las bombas para intentar maximizar el valor de la altura útil, interesa que:

- $u_1 > u_2$, lo que se conseguiría manteniendo la entrada lejos del eje y la salida cerca, es decir, a fin de maximizar el valor de la altura útil, el flujo en las turbinas debe ser centrípeto. En las turbinas en las que el flujo no discurre en la dirección radial en el rodete (turbinas Pelton y turbinas axiales), el primer término del segundo miembro de 4.1 no contribuye a la altura útil.
- $c_1 > c_2$, tratando de disminuir la velocidad absoluta de salida. En turbinas de flujo centrípeto, se tiene que $2\pi r_1 b_1 c_{1m} = 2\pi r_2 b_2 c_{2m}$ y puesto que $r_1 > r_2$, entonces $c_{1m} < c_{2m}$. Esto se traduce en que la entrada debería ser lo más circunferencial posible y salida lo más radial posible.
- Haciendo $w_2 > w_1$ se busca acelerar el fluido, resultando en un conducto entre álabes convergente, que además asegura la ausencia de problemas de desprendimiento.

Otra opción es conseguir que $c_{2u} = c_2 \cos \alpha_2 < c_{1u} = c_1 \cos \alpha_1$. En un supuesto ideal $c_2 \cos \alpha_2 = 0$. El aumento de c_{1u} se logra con los álabes del distribuidor.

En la figura 4.2 se puede ver el efecto del ángulo α_1 :

- Para $\alpha_1 = 90^\circ$, la corriente se produce sin circulación, es decir $c_{1u} = c_1 \cos \alpha_1 = 0$, caso c_1'' .
- En cambio si $\alpha_1 > 90^\circ$ se tiene circulación positiva, $c_{1u} > 0$, caso c_1''' .
- Mientras que si $\alpha_1 < 90^\circ$ la circulación es negativa y $c_{1u} < 0$, caso c_1' .

4.3 Turbinas de acción

En estas turbinas, el grado de reacción σ es cero. En la práctica, este tipo de turbinas se restringe al modelo Pelton, también llamadas de chorro libre o tangencial.

4.3.1 Elementos constitutivos de las turbinas Pelton

Los principales elementos que conforman las turbinas Pelton se esquematizan en la figura 4.3. El primer elemento con el que se encuentra el agua procedente de la tubería forzada es el inyector, que consta de tobera y válvula de aguja y cumple en las turbinas Pelton una función semejante al distribuidor de las turbinas de reacción. Las turbinas Pelton pueden tener uno o varios inyectores dispuestos circunferencialmente alrededor del rodete. La tubería forzada acaba en forma acodada para permitir el alojamiento de la válvula de aguja. Un servomotor produce el desplazamiento longitudinal de dicha válvula, obturando más o menos la sección de salida, regulando así el caudal. El chorro abandona el inyector a través de una tobera, donde toda la energía de presión se transforma en energía cinética, e incide, a presión atmosférica, sobre el rodete provocando el par motor. El agua no inunda completamente el rodete, sino sólo unos cuantos álabes en cada instante, por lo que se dice que este tipo de turbinas son de admisión parcial. Por otra parte, dado que el rotor solo aprovecha energía cinética, las turbinas Pelton pertenecen al grupo de las turbinas de acción.

Los álabes tienen forma de cuchara o cazoleta, formadas por dos alvéolos simétricos respecto a una arista central situada en el plano de simetría del chorro. El agua incide sobre dicha arista repartiéndose entre los alvéolos. En este recorrido tiene lugar la variación de su cantidad de movimiento por cambio de dirección. El rodete se rodea, generalmente, de una carcasa para evitar salpicaduras. Por último, el agua abandona las cucharas y se vierte directamente al canal de descarga, no existiendo tubo de aspiración. Como consecuencia, una ventaja de este tipo de

turbinas es que pueden instalarse en un rango muy amplio de alturas sin peligro de cavitación.

Como medida de seguridad para impedir el embalamiento, se dispone a la salida de la tobera de una pantalla o deflector que desvía el chorro, evitando que incida sobre el rodete mientras se cierra lentamente la admisión de agua. En caso de embalamiento, uno o varios chorros de pequeño diámetro actúan sobre la parte posterior de las cucharas para producir el frenado del rotor.

Aunque las cazoletas se desplazan, el chorro permanece con una alineación fija en todo momento, por lo que el ángulo de incidencia en la arista de cada cuchara varía de acuerdo a su posición angular, siendo importante, a fin de maximizar la cesión de energía, que se aleje lo menos posible de la incidencia normal. Por ello, las cucharas tienen una escotadura o rebaje en la zona exterior que tiene por objeto que el chorro llegue a una cazoleta determinada en la condiciones más próximas a la perpendicularidad, sin que se vea estorbada por la siguiente.

Las turbinas Pelton pueden ser instaladas con eje horizontal o con eje vertical. Son apropiadas para saltos de gran altura y por su naturaleza de admisión parcial, para caudales reducidos. Para saltos comprendidos entre 600 y 2000m son, en la práctica, la única opción.

4.3.2 Estudio unidimensional de las turbinas Pelton

La aplicación de este método se condiciona a que los triángulos de velocidades están referidos a un filamento medio de corriente, cuando en realidad dichos triángulos son diferentes para cada hilo de corriente. Se supone además que la cuchara está constantemente atacada por el chorro en su totalidad y en una posición tal que la incidencia ocurre permanentemente de forma perpendicular a la arista mediana.

Si no se consideran pérdidas por fricción en el aire ni disgregación del chorro, la velocidad de salida del chorro del inyector (c_0) es igual a la velocidad absoluta incidente en las cucharas (c_1). A excepción de las pérdidas en el inyector, la totalidad de la altura neta se transforma en altura cinética del chorro. Recurriendo a la fórmula de Torricelli, la velocidad de entrada en la cuchara se puede expresar como la velocidad ideal (sin pérdidas) afectada de un coeficiente en la forma:

$$c_0 = c_1 = k_{c_1} \sqrt{2gH} \quad (4.2)$$

donde k_{c_1} es el coeficiente de velocidad absoluta, que tiene en cuenta las pérdidas en el inyector y se mantiene generalmente con un valor comprendido entre 0.97-0.99.

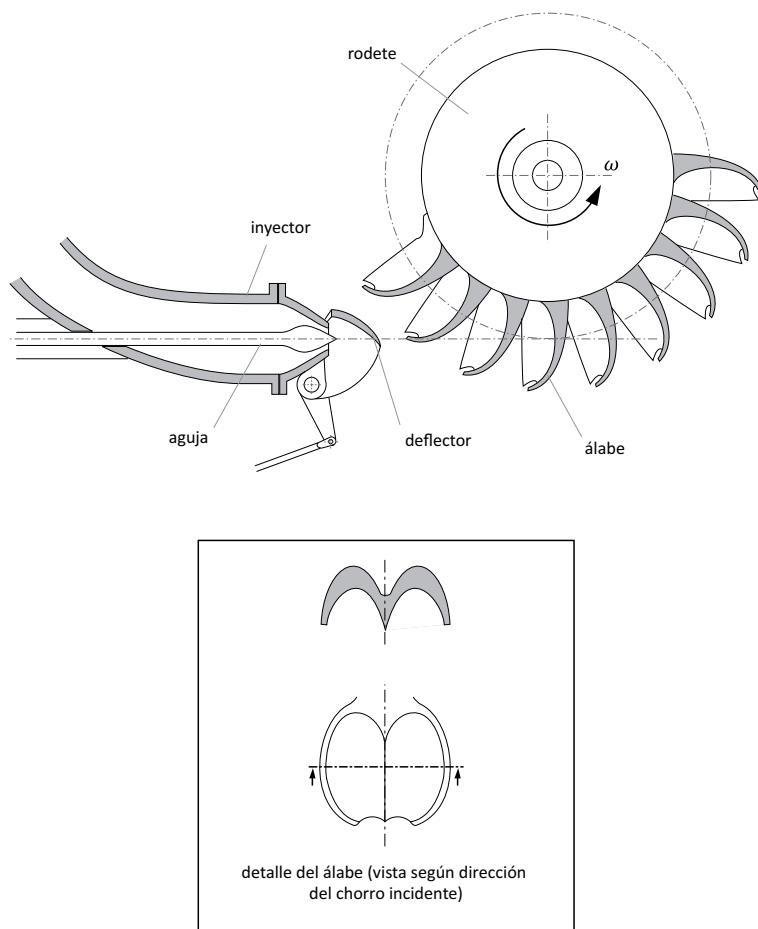


Figura 4.3: Elementos constitutivos de una turbina Pelton.

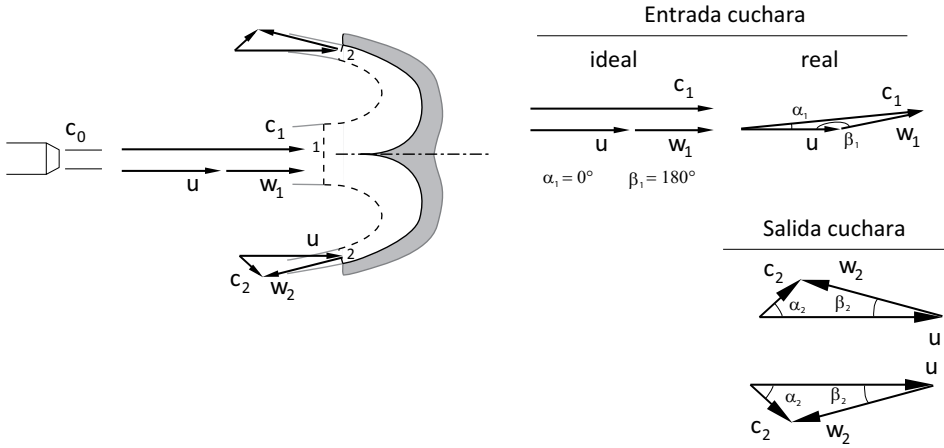


Figura 4.4: Teoría unidimensional simplificada.

Observando los triángulos de velocidades mostrados en la figura 4.4 pueden escribirse las siguientes relaciones:

$$u_1 = u_2 = u = \frac{\pi D n}{60} \quad (4.3)$$

$$c_{2u} = u - w_2 \cos \beta_2 \quad (4.4)$$

La potencia transmitida a la rueda es $P_i = \rho Q (c_{1u} u_1 - c_{2u} u_2)$, que teniendo en cuenta las expresiones 4.3 y 4.4 resulta:

$$P_i = \rho Q u (u + w_1 - u + w_2 \cos \beta_2) = \rho Q u (w_1 + w_2 \cos \beta_2) \quad (4.5)$$

Para obtener w_2 en función de w_1 se aplica a la vena líquida que recorre la cuchara la ecuación de conservación de la energía mecánica para el movimiento relativo:

$$\frac{(u_1^2 - u_2^2)}{2g} - \frac{(w_1^2 - w_2^2)}{2g} = \frac{p_1 - p_2}{\rho g} + z_1 - z_2 + h_{r1-2} \quad (4.6)$$

como $z_1 = z_2$, $p_1 = p_2 = p_{atm}$ y $u_1 = u_2$, la expresión se simplifica, quedando:

$$\frac{w_2^2}{2g} = \frac{w_1^2}{2g} - h_{r1-2} \quad (4.7)$$

resultado que indica que la velocidad de la corriente relativa disminuye por la fricción del fluido contra las cucharas. Cuando el régimen es turbulento, las pérdidas por fricción son aproximadamente proporcionales al cuadrado de la velocidad re-

lativa de la vena, es decir, $h_{r12} = m \frac{w_1^2}{2g}$, siendo m la constante de proporcionalidad. Por lo tanto, la velocidad relativa a la salida de la cuchara puede expresarse como $w_2 = w_1 \sqrt{1-m}$, y como en el triángulo degenerado de la entrada se cumple que $w_1 = c_1 - u$ la ecuación 4.5 puede expresarse de un modo más compacto como:

$$P_i = \rho Q u (c_1 - u) \left[1 + \sqrt{1-m} \cos \beta_2 \right] \quad (4.8)$$

La expresión obtenida para la potencia interna coincide con el resultado presentado para la potencia desarrollada por una rueda de álabes, sin más que notar que el ángulo θ de desvío del álabe debe interpretarse como la diferencia $\beta_1 - \beta_2$.

Obtenida la potencia interna, la obtención del rendimiento interno es directa ya que se cumple que $\eta_i = \eta_h \cdot \eta_v = \frac{P_i}{\rho g Q H}$, y como $\eta_v = \frac{Q - q_e - q_i}{Q}$, queda:

$$\eta_i = \frac{u(c_1 - u) \left[1 + \sqrt{1-m} \cos \beta_2 \right]}{gH} \quad (4.9)$$

Sustituyendo 4.2 en 4.9 se obtiene que el rendimiento hidráulico obedece a la expresión:

$$\eta_i = 2k^2 c_1 \left[1 + \sqrt{1-m} \cos \beta_2 \right] \frac{u}{c_1} \left(1 - \frac{u}{c_1} \right) \quad (4.10)$$

que resulta ser una función parabólica de la relación de velocidades u/c_1 . Esta función se anula para los valores:

- a) $u/c_1 = 0$: rodete frenado.
- b) $u/c_1 = 1$: la velocidad u de la cuchara y la velocidad del chorro se igualan, de modo que el chorro no la alcanza.

Las condiciones óptimas se producirían para $(u/c_1)_{max} = 0.5$, obteniéndose un rendimiento interno máximo dado por:

$$\eta_{i,max} = \frac{k_{c1}^2 \left[1 + \sqrt{1-m} \cos \beta_2 \right]}{2} \quad (4.11)$$

donde es fácil comprobar como el rendimiento interno alcanza el valor unitario cuando no hay pérdidas en el inyector ($k_{c1} = 1$), no se produce disipación viscosa en la cuchara ($m = 0$), y no existe velocidad absoluta de salida de la cuchara ($\beta_2 = 0$).

De todas las turbomáquinas hidráulicas, la turbina Pelton es la que más se presta a un estudio teórico y los resultados a los que se ha llegado con la teoría unidimensional simplificada asisten en el diseño y dan una buena aproximación a los

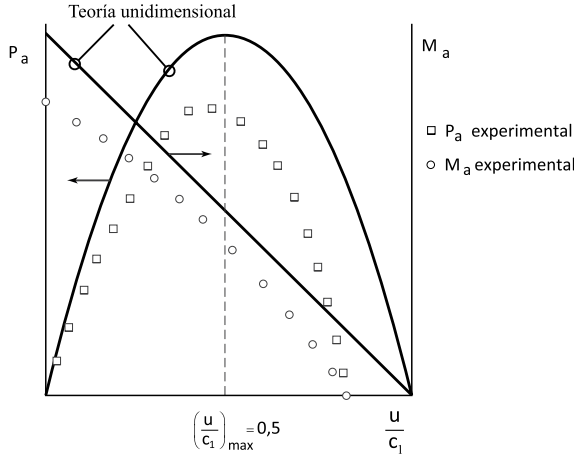


Figura 4.5: Potencia y par de una turbina Pelton en función de la velocidad tangencial.

resultados experimentales. Como muestra, en la figura 4.5 se presentan las curvas de potencia interna obtenidas con la teoría unidimensional simplificada comparadas con las curvas experimentales de una turbina Pelton.

La consideración de las pérdidas y la suposición de incidencia normal separan ligeramente los resultados de la teoría unidimensional simplificada con el diseño real. En la entrada, α_1 no puede ser igual a 0° para todas las líneas de corriente, ya que el rodete no se mueve con movimiento de traslación y u presentará variaciones entre puntos de la cuchara. Típicamente, $\alpha_1 \simeq 22 - 25^\circ$, $\beta_1 = 170 - 175^\circ$ y el valor real de k_{u_1} oscila entre $0.44 - 0.46$.

De igual forma, la disipación viscosa en las cucharas produce que w_2 esté dentro del rango $(0.96 - 0.98)w_1$ y además, c_2 no es nula, aunque para óptimo rendimiento deberá ser perpendicular a u_2 . Valores típicos de β_2 están 5 y 20° , resultando un ángulo de desviación de $160 - 175^\circ$. Si $\beta_2 = 0$ el agua al salir de la cuchara chocaría con la precedente, siendo ésta la condición que determina el $\beta_{2\min}$.

En este tipo de turbinas, el número específico de revoluciones puede particularizarse y expresarse de la siguiente forma:

$$n_s = 576k_{u_1}\sqrt{\eta_{\text{tor}}k_{c_1}}\sqrt{z}\delta \quad (4.12)$$

donde z representa el número total de chorros y δ es la relación diámetro de chorro, diámetro característico $\left(\frac{d}{D}\right)$.

EJEMPLO 1

Sea una turbina Pelton que desarrolla una potencia 70 kW bajo una altura de 65 mca girando a 450 rpm. El rendimiento total de la instalación es del 85 %. Además el coeficiente de velocidad k_{u1} es 0.45. Calcular:

- El caudal
- El diámetro del chorro
- El diámetro de rueda

Solución:

a)

$$P_a = \rho g Q H \eta_t \rightarrow Q = \frac{P_a}{\rho g H \eta_t} = 0.129 \text{ m}^3/\text{s}$$

b) Suponiendo pérdidas en el inyector nulas $c_1 = \sqrt{2gH} = \sqrt{2 \cdot 9.81 \cdot 65} = 35.71 \text{ m/s}$ entonces $Q = S_{\text{chorro}} c_1$, de donde:

$$S_{\text{chorro}} = \pi \frac{d_{\text{chorro}}^2}{4} = \frac{Q}{c_1} \rightarrow d_{\text{chorro}} = 0.06782 \text{ m} \rightarrow d_{\text{chorro}} = 67.82 \text{ mm}$$

Resp apart. (b)

c)

$k_{u1} = \frac{u}{\sqrt{2gH}} = 0.45 \rightarrow u = 16.07 \text{ m/s}$ y se tiene que $u = \frac{\pi D n}{60}$ así pues, sustituyendo:

$$D = \frac{60 \cdot u}{\pi n} = 0.68 \text{ m}$$

Resp apart. (c)

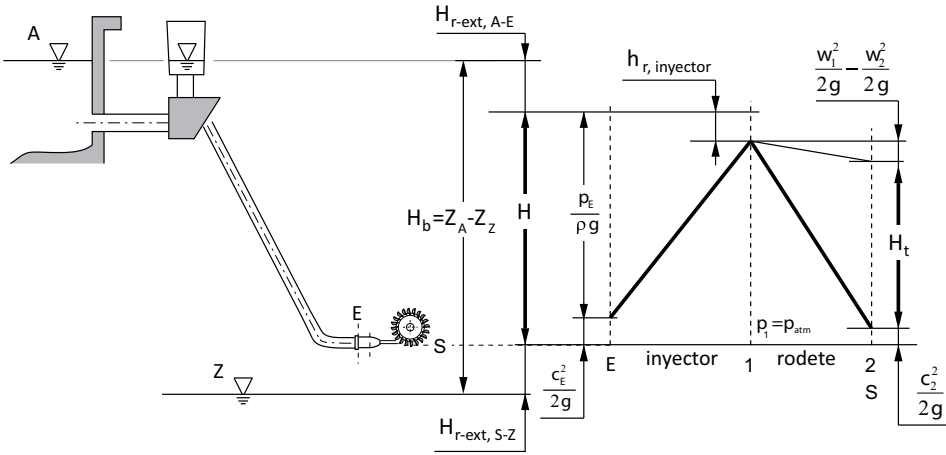


Figura 4.6: Diagrama de transformación de energía en turbina Pelton.

4.3.3 Balance energético. Pérdidas interiores

En la actualidad, y gracias a un exhaustivo y profundo estudio realizado sobre estas máquinas en funcionamiento, estas turbinas han conseguido alcanzar un alto rendimiento. Además, de estos análisis experimentales se desprenden los hechos siguientes:

- El chorro no es perfectamente cilíndrico.
- El chorro es divergente, tanto más cuanto mayor es la altura neta, aumentando su diámetro con la distancia a la tobera.
- El chorro no es homogéneo.

De los que se pueden extraer las siguientes conclusiones:

- El rodete ha de estar instalado cuanto más próximo al chorro mejor.
- Se han de eliminar codos de pequeña curvatura en la tubería de admisión y cuantos obstáculos puedan deteriorar la calidad del chorro.

Con estas consideraciones, el diagrama de pérdidas en las turbinas Pelton se esquematiza en la figura 4.6.

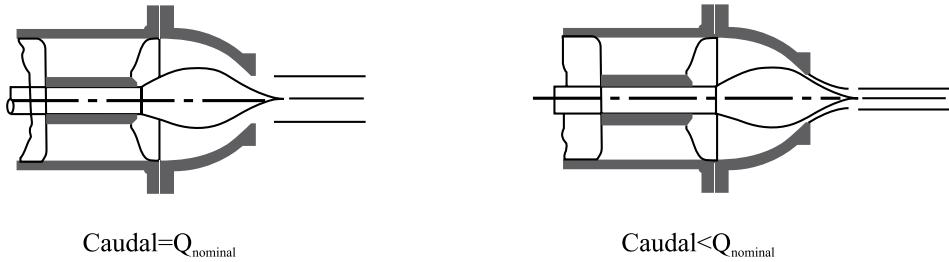


Figura 4.7: Regulación de caudal y desplazamiento de la aguja del inyector.

4.3.4 Regulación de caudal en turbinas Pelton

La potencia se regula variando el caudal, como ya se ha dicho, mediante el movimiento rectilíneo de la válvula de aguja para permitir mayor o menor área de paso para el agua, figura 4.7. La regulación de este tipo de turbinas ha de conseguir mantener la igualdad de los pares motor y resistente, a fin de que su velocidad de giro permanezca constante independientemente de la carga que se le exija, pues en la mayoría de casos el generador eléctrico debe producir electricidad con una frecuencia fija. Si la carga solicitada al generador eléctrico disminuyera o aumentara, la velocidad de giro del grupo turbogenerador lo haría en sentido inverso, debiendo ser limitada tal variación.

Por ello, la turbina lleva un tacómetro, el cual, al variar la velocidad a causa de una alteración de la carga, actúa sobre el regulador. Éste provocará el desplazamiento de la aguja del inyector hasta la posición en la que se consiga el caudal necesario para la nueva carga. Si la carga solicitada al generador se anulase repentinamente, el rodete tendería a embalsarse y el tacómetro actuaría sobre el regulador, desplazando lentamente la aguja hasta cerrar la sección de paso, evitando un golpe de ariete aguas arriba del inyector. Del mismo modo actuaría rápidamente sobre los deflectores, elementos que actúan como pantallas interponiéndose entre chorro y cucharas (véase figura 4.9), con el fin de evitar que el chorro llegue a éstas, evitando un embalamiento posterior durante el cierre lento de la válvula. Algunas turbinas Pelton llevan un inyector auxiliar de frenado que actúa sobre el dorso de las cazoletas para frenar el rodete en caso necesario.

4.3.5 Curvas Características

Consideraciones dimensionales acerca del funcionamiento de las turbinas Pelton permiten expresar el caudal, la potencia de accionamiento y el rendimiento total

como variables dependientes del diámetro de la rueda, el grado de apertura del inyector x , el salto neto H y el régimen de giro n .

- Pelton:

$$Q = Q(D, x, H, n)$$

$$P_a = P_a(D, xH, n)$$

$$\eta_{tot} = \eta_{tot}(D, x, H, n)$$

donde D es el diámetro característico, que suele tomarse como el diámetro del círculo con centro en el eje, y tangente al eje del chorro.

La aplicación del análisis dimensional en forma restringida, tomando como variables primarias la terna D , ρ y gH conduce a las relaciones funcionales que rigen el funcionamiento de las turbinas Pelton :

$$\frac{Q}{D^2\sqrt{gH}} = \psi_1\left(\frac{\omega D}{\sqrt{gH}}, x\right)$$

$$\frac{P_a}{\rho D^2(gH)^{3/2}} = \psi_2\left(\frac{\omega D}{\sqrt{gH}}, x\right)$$

$$\eta_{tot} = \psi_3\left(\frac{\omega D}{\sqrt{gH}}, x\right)$$

La aplicación de las leyes de semejanza permite caracterizar el comportamiento para una familia de turbinas Pelton, refiriéndolo a la turbina unitaria (diámetro de la rueda de $D = 1m$ para un salto neto $H = 1m$). La representación simultánea se realiza en una gráfica donde se representa el grado de apertura del inyector, siendo:

- El eje vertical la potencia de la turbina unitaria P_{a11}
- El eje horizontal la velocidad de giro n_{11}

El rendimiento, como es función de las mismas variables que la potencia de accionamiento y el caudal, se proyecta sobre el plano dibujando las curvas de iso-rendimiento. Las curvas características para una familia de turbinas Pelton se presentan en la figura 4.8.

Es fácil ver como el rendimiento de una turbina Pelton se ve poco afectado por la variación del caudal Q_{11} , mientras que es mucho más sensible a la variación del régimen de giro n_{11} .

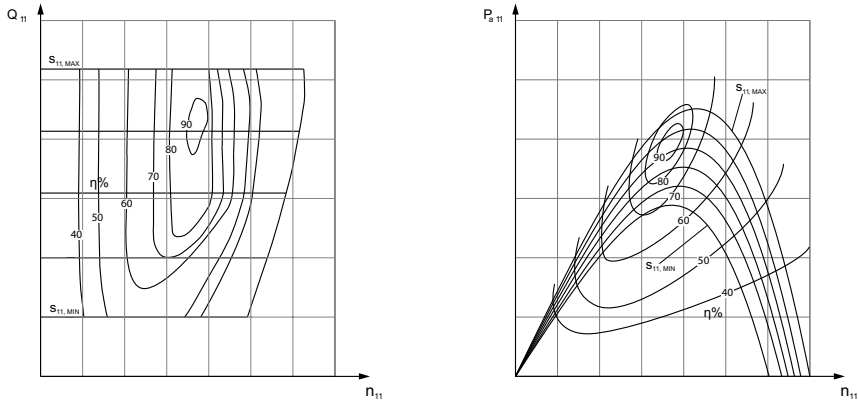
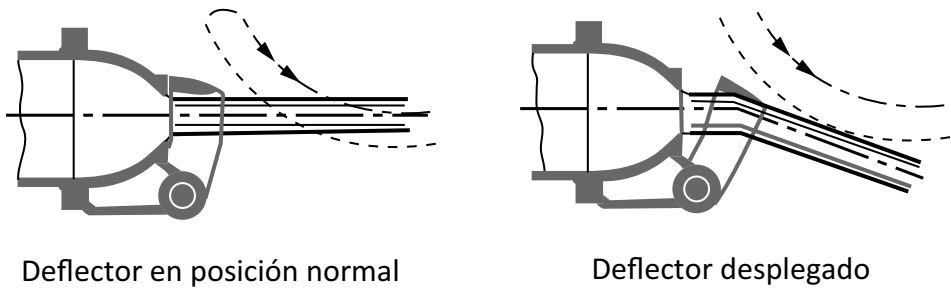


Figura 4.8: Curvas características para una turbina Pelton.



Deflector en posición normal

Deflector desplegado

Figura 4.9: Prevención del embalamiento con deflector.

4.3.6 Funcionamiento anómalo

4.3.6.1 Embalamiento

En el funcionamiento normal de una turbina acoplada a un alternador el par motor $M = Q\rho (r_1 c_{1u})$ se equilibra gracias al sistema de regulación, con el par resistente originado por las resistencias pasivas y la carga útil del alternador. Si el alternador se desacopla de la red y el conjunto alternador-turbina gira sin carga, la velocidad aumenta. La velocidad máxima que adquiere la turbina girando en vacío se le denomina velocidad de embalamiento. Es distinta para cada apertura del inyector.

No es posible que la turbina se acelere indefinidamente, puesto que al crecer u_1 y mantenerse constante c_1 (caudal de entrada no varía), llega un momento en el que w_1 introduce grandes pérdidas por choque, oponiéndose a la aceleración. El límite práctico del embalamiento es:

- Pelton: $n_{m\acute{a}x} = 1.8n_{nominal}$

4.3.6.2 Golpe de ariete

En las turbinas de acci3n el golpe de ariete se produce por el cierre o apertura rápida de la válvula general de admisi3n o del inyector. En el cierre de estos elementos puede producirse una elevaci3n anormal de la presi3n en el conducto que precede al 3rgano de cierre o regulaci3n, y un descenso anormal de la presi3n en el tubo de aspiraci3n conectado despu3s; mientras que en la apertura puede producirse el fen3meno contrario, descenso excesivo de la presi3n aguas arriba del mencionado 3rgano, y elevaci3n excesiva de la presi3n aguas abajo.

4.4 Turbinas de reacci3n

Se denomina grado de reacci3n al cociente entre la energía que recibe el rodete en forma de presi3n y la energía total:

$$\sigma = \frac{\frac{p_1}{\rho g}}{\frac{p_1}{\rho g} + \frac{c_1^2}{2g}} \quad (4.13)$$

En las turbinas de reacci3n la cesi3n de energía en el rodete se produce en forma tanto de energía cin3tica como de presi3n. El grado de reacci3n estará comprendido, por tanto, entre 0 y 1.

El primer elemento con el que se encuentra el flujo tras abandonar la tubería forzada es la cámara espiral. Tiene forma de "voluta" o "caracol" con secci3n convergente en el sentido de avance del fluido, debido a lo cual consigue una distribuci3n homog3nea del caudal en toda la periferia del distribuidor.

El siguiente 3rgano que encuentra el fluido es el distribuidor Fink, compuesto por una serie de álabes fijos con respecto al eje de la turbina, pero que tienen la posibilidad de girar algunos grados respecto a un eje propio de manera solidaria, y de esta forma, permitir el paso de más o menos caudal. Además de regular el caudal a cargas parciales, en parada y en caso de embalamiento; se encarga de crear el campo de velocidades más favorable en toda la periferia de entrada del rodete.

Entre distribuidor y rodete debe existir holgura, dado que el primero es estacionario y el segundo m3vil. Este espacio que hueco recibe el nombre de entrehierro. El rodete es el 3rgano diferenciador, adaptándose al tipo de flujo (radial, diagonal o

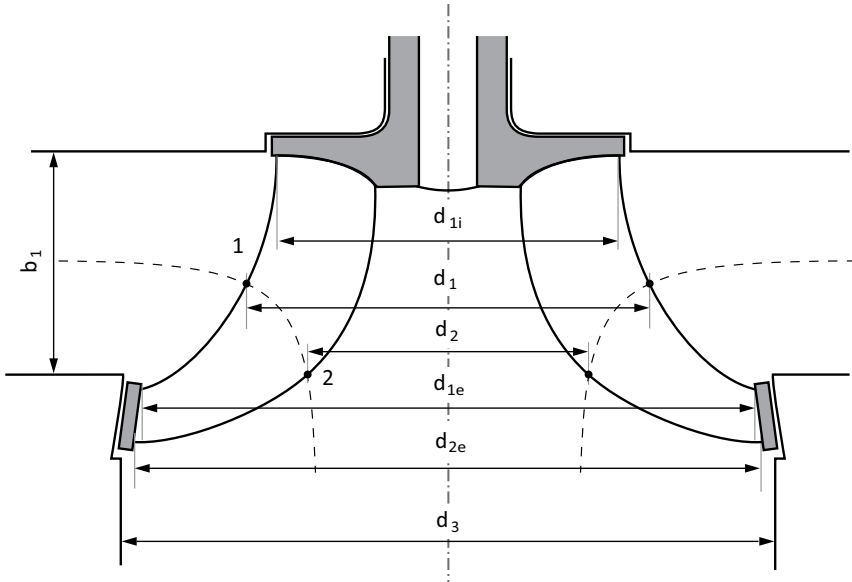


Figura 4.10: Dimensiones características de un rodete Francis.

axial) como por velocidad específica. Dado que el fluido inunda éste por completo, las turbinas de reacción son siempre de admisión total.

Una vez que el agua abandona los álabes del rotor, como el mostrado en la figura 4.10, accede al tubo difusor que es una conducción divergente, sin elementos móviles, reduciendo su velocidad y aumentando por ello su presión. Es importante controlar la depresión producida a la salida del rodete puesto que si es excesiva puede ocasionar daños debido a un alto grado de cavitación.

El número específico de revoluciones en general viene dado por la expresión:

$$n_s = n \frac{P_a^{1/2}}{H^{5/4}} \quad (4.14)$$

o bien, particularizada para turbinas de reacción:

$$n_s = 576k_{u1} \left(\frac{d_3}{d_1} \right)^2 \sqrt{\eta_{tot} + k_{c3} (1 + \vartheta^2)} \quad (4.15)$$

donde el subíndice 3 hace referencia al tubo difusor y $\vartheta = \frac{d_m}{d_3}$ es la llamada relación de cubo.

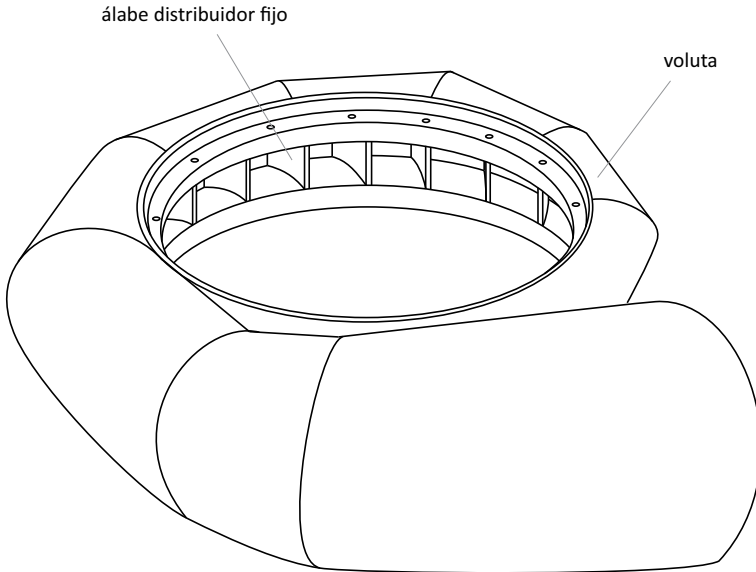


Figura 4.11: Cámara espiral para una turbina de admisión total.

4.4.1 Elementos constitutivos

Como componentes principales se tienen:

- Cámara espiral: es el primer elemento que se encuentra el fluido, véase la figura 4.11. Se sitúa aguas arriba del distribuidor y su finalidad es conducir el fluido hasta la entrada al distribuidor con una distribución de velocidad uniforme. Puede no existir.
 - Turbinas Francis: reparte el líquido a la entrada del distribuidor y le imprime una apreciable componente tangencial. Normalmente tiene la forma de una espiral (caracol) de sección transversal decreciente. De este modo se consigue mantener la velocidad media y la presión uniformes en la entrada del distribuidor, lo que asegura que no existan cambios bruscos de velocidad, que podrían propiciar desprendimientos de la corriente.
 - Turbinas Kaplan: suele estar construida en hormigón cuando la altura de salto es pequeña (menor de 20 metros) pues los caudales son muy grandes. Con saltos más grandes se fabrica en chapa de acero.
- Distribuidor: es un órgano muy importante, ya que distribuye el fluido por la periferia del rodete, imponiendo la dirección de la velocidad de entrada.

Existen varios tipos, desde los que sólo constan de una corona de álabes móviles hasta configuraciones que incluyen dos coronas, la primera fija y la segunda de álabes móviles. Además desempeña la función de regular el caudal al disponer de álabes orientables.

- En las turbinas Francis y Kaplan, está generalmente constituido por dos coronas de álabes concéntricas, una exterior de álabes fijos y una interior de álabes orientables. La corona exterior está anclada a la carcasa de la turbina y tiene una finalidad doble: conducir el líquido desde la carcasa a la corona de álabes orientables, además de servir de arriostramiento y elemento de rigidización de dicha carcasa. La corona de álabes orientables debe por una parte regular el caudal y por otra guiar el líquido hacia el rodete con la dirección más adecuada. Estos álabes se disponen de manera que forman conductos convergentes. El más corriente es el distribuidor Fink.
- Rodete: toda turbina hidráulica tiene un órgano principal, denominado rodete o rueda, que gira sobre su eje, por donde pasa el agua de manera continua y en el que tiene lugar la transformación de energía hidráulica en mecánica.
 - Turbinas Francis: formado por álabes fijos (no orientables). En las turbinas Francis lentas el flujo a la entrada es prácticamente radial. En las turbinas rápidas el flujo es diagonal.
 - Turbinas Kaplan: el rodete axial tiene forma de hélice y está constituido por un cubo en el que van montados los álabes, los cuales son orientables y tienen forma de perfil aerodinámico. Dependiendo de la altura del salto suele haber de 4 a 8 álabes, ya que un mayor número de álabes implicaría un menor rendimiento.
- Difusor: es un tubo de sección constante o ligeramente divergente, frecuentemente acodado, cuya función principal consiste en la conducción del flujo desde el rodete hasta el canal de desagüe. Su segunda función es mejorar el rendimiento mediante el aprovechamiento de la energía potencial del fluido a la salida del rodete y la recuperación de parte de la energía cinética en el caso de sección transversal divergente, debido a su efecto difusor.
 - Turbinas Francis: tubo divergente generalmente metálico ya que las turbinas Francis suelen usarse en caudales medios.
 - Turbinas Kaplan: en este caso suelen construirse de hormigón.

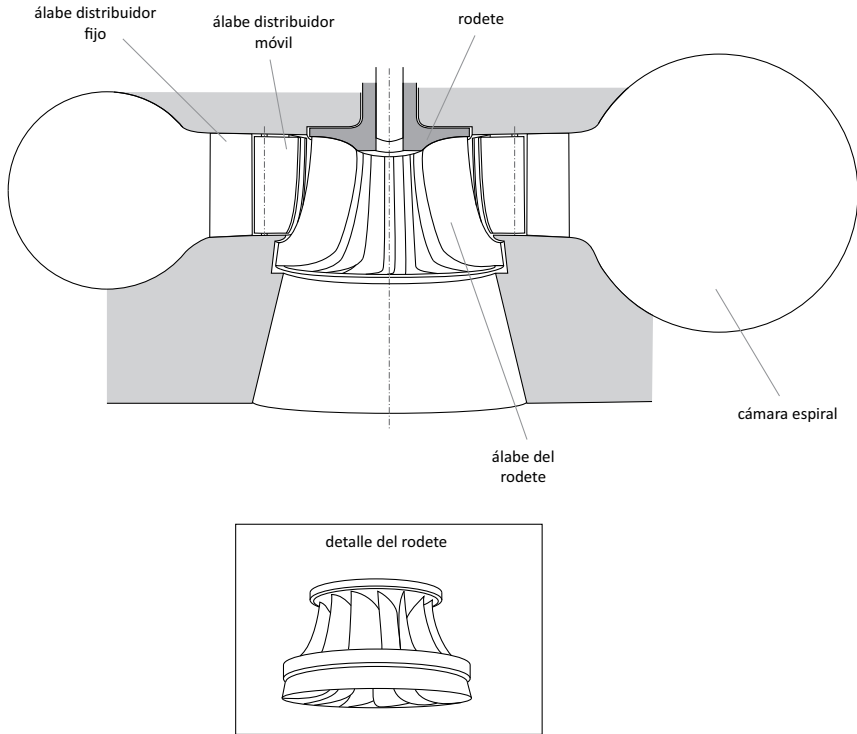


Figura 4.12: Esquema de turbina Francis.

4.4.2 Turbinas Francis

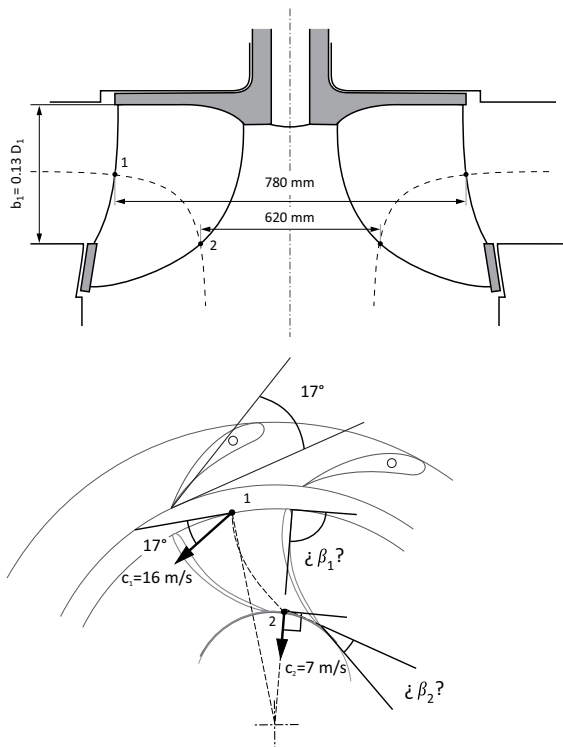
Un esquema de este tipo de turbina se muestra en la figura 4.12. Según su número específico de revoluciones se clasifican en lentas (n_s entre 60-125), normales (n_s entre 125-300) y rápidas o Francis expés (n_s 300-420). Las lentas tienen una configuración radial mientras que las normales y rápidas son diagonales. A medida que n_s aumenta el flujo del rodete se hace más axial, el número y longitud de los álabes disminuye así como el diámetro del rodete, aproximándose la relación $\frac{d_1}{d_2}$ a 1. Por otra parte el ancho de entrada en el rodete b_1 aumenta también el ángulo α_1 de entrada en los álabes de la corriente absoluta y el ángulo α_1' de salida de los álabes directrices también aumenta.

EJEMPLO 2

Las dimensiones de una turbina Francis que gira a $480rpm$ son las siguientes:

$d_1 = 780\text{ mm}$, $d_2 = 620\text{ mm}$, $\alpha_1 = 17^\circ$, relación ancho diámetro $\frac{b_1}{d_1} = 0.13$, coeficiente de obstrucción a la entrada 0.9. Sabiendo que la velocidad absoluta a la entrada del rodete es de 16 m/s y que a la salida del rodete sin circulación es de 7 m/s. El rendimiento interno es del 85% y el rendimiento volumétrico del 88%, determine:

- El triángulo de velocidades.
- El salto útil y salto neto.
- El caudal.



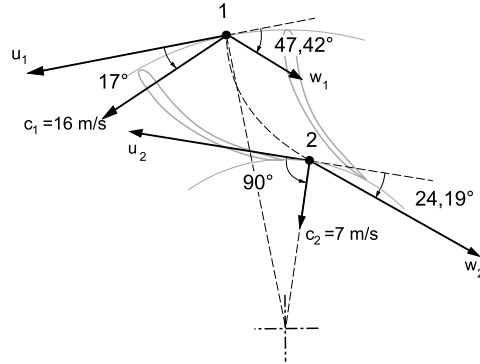
Solución:

- a) Triángulo de entrada:

$$u_1 = \frac{\pi d_1 n}{60} = 19.60\text{ m/s} \quad c_{1m} = c_1 \sin \alpha_1 = 4.68\text{ m/s} \quad c_{1u} = c_1 \cos \alpha_1 = 15.3\text{ m/s}$$

$$\beta_1 = \arctg \frac{c_{1m}}{u_1 - c_{1u}} = 47^\circ 25'$$

Triángulo de salida:



sin circulación $\alpha_2 = 90^\circ$

$$u_2 = \pi d_2 n = 15.58 \text{ m/s} \quad c_{2m} = c_1 \sin \alpha_2 = 7 \text{ m/s} \quad c_{2u} = c_2 \cos \alpha_2 = 0 \text{ m/s}$$

$$\beta_2 = \arctg \frac{c_{2m}}{u_2 - c_{2u}} = 24^\circ 11'$$

Resp apart. (a)

b) Salto útil o de Euler:

$$H_t = \frac{u_1 c_{1u} - u_2 c_{2u}}{g} = 30.57 \text{ m}$$

Conocidos los rendimientos interno y volumétrico, se obtiene el rendimiento hidráulico:

$$\eta_i = \eta_v \cdot \eta_h \rightarrow \eta_h = \frac{\eta_i}{\eta_v} = \frac{0.85}{0.88} = 0.966$$

y con este, el salto neto:

$$H = \frac{H_t}{\eta_h} = \frac{30.57}{0.966} = 31.64 \text{ m}$$

Resp apart. (b)

c) Teniendo en cuenta que el caudal que circula por el interior del rodete será $Q\eta_v$:

$$Q = \frac{\tau_1 \pi b_1 d_1 c_{1m}}{\eta_v} = \frac{\tau_1 \pi b_1 0.13 b_1 c_{1m}}{\eta_v} = 1.32 \text{ m}^3/\text{s}$$

Resp apart. (c)

Tabla 4.2: Relación entre número de álabes z , altura H , y relación de cubo ϑ .

$H(m)$	5	20	40	50	60	70
z	3	4	5	6	8	8-10
ϑ	0.3	0.4	0.5	0.55	0.6	0.7

4.4.3 Turbinas Kaplan

Estas máquinas son una evolución de la Francis. Es muy similar en todos sus elementos, se muestra un esquema en la figura 4.13. La mayor diferencia se da en el rodete, el cual está formado por un amplio cubo con álabes solidarios a él trabajando en voladizo y por tanto, sin llanta. La gran característica diferenciadora de este tipo de turbinas es que los álabes de su rodete son orientables girando sobre su propio eje. Esto implica que la regulación se hará más dificultosa y que aumentará la complejidad de diseño y precio con respecto a una turbina de hélice simple. No obstante, debido a su gran capacidad reguladora, el rendimiento obtenido a cargas intermedias no sólo es superior al de las turbinas de hélice, sino al de todas las Francis.

De todas formas, el número de álabes (z) no será mucho mayor de 8 porque al aumentar la superficie mojada, el rendimiento empeora. Además, el número de álabes está íntimamente ligado con la relación de cubo (ϑ) y el salto neto H . A modo orientativo, se puede ver la relación entre ellas en la tabla 4.2.

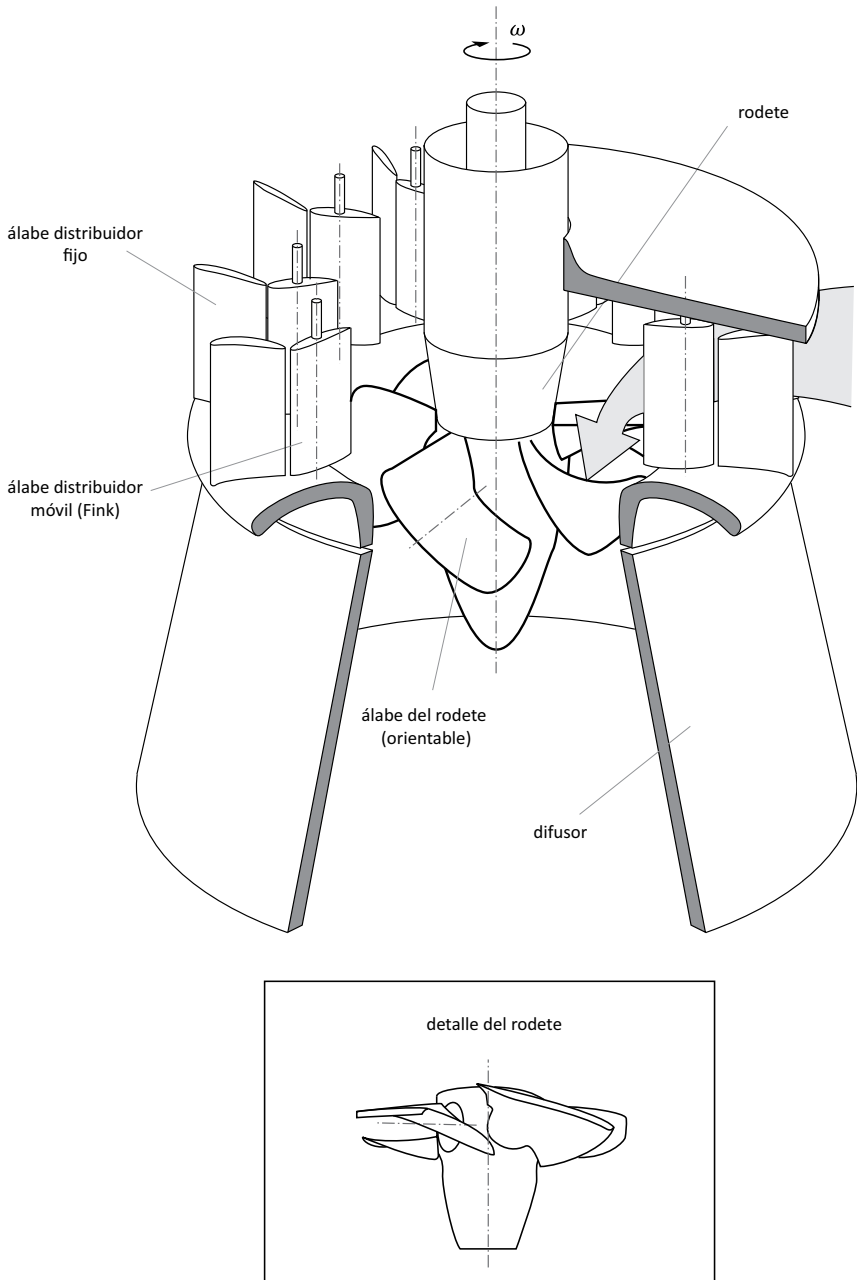


Figura 4.13: Esquema de turbina Kaplan.

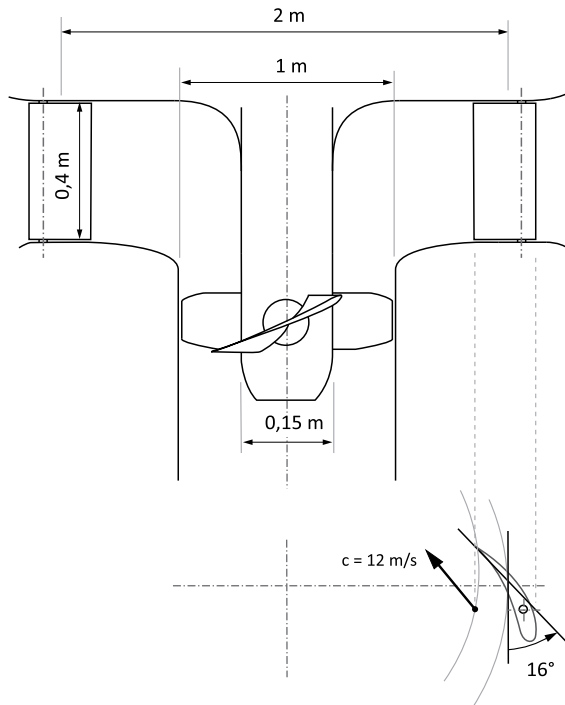
EJEMPLO 3

Se tiene una turbina Kaplan con las siguientes características:

$$d_d = 2\text{ m}, d_{\text{punta}} \equiv d_p = 1\text{ m}, d_e = 0.15\text{ m}, b_d = 0.4\text{ m}, n = 127\text{ rpm}, H = 22\text{ m}, \alpha_{1'} = 16^\circ, c_{1'} = 12\text{ m/s}$$

Si se desprecian las pérdidas y se asume que el fluido entra al difusor sin momento angular, determinar:

- El caudal en un cilindro concéntrico al eje de diámetro, $d = d_e + 0.25\text{ m}$
- La potencia que suministra, analizar en la punta del álabe.

**Solución:**

a) A la salida del distribuidor-entrada de rodete:

$$Q = \pi d_d b_d c_{1'} \text{sen} \alpha_{1'} = 8.31\text{ m}^3/\text{s}$$

considerando $\eta_v = 1$, la componente de la velocidad axial será:

$$c_{1m} = \frac{Q}{\frac{\pi}{4} (d_p^2 - d_e^2)} = 10.82 \text{ m/s}$$

Así pues, para un $d = d_e + 0.25 = 0.4 \text{ m}$ se tiene un caudal de:

$$Q = c_{1m} \frac{\pi}{4} (d^2 - d_e^2) = 1.17 \text{ m}^3/\text{s}$$

Resp apart. (a)

b) Si por otra parte escribimos la ecuación de Euler:

$$H_t = \frac{u_1 c_{1u} - u_2 c_{2u}}{g}$$

puesto que el fluido no tiene momento angular en el tubo difusor ($c_{2u} = 0$) y que no hay pérdidas ($H = H_t$) se tiene que:

$$u_1 c_{1u} = gH \rightarrow c_{1u} = \frac{gH}{u_1} = \frac{gH}{\frac{\pi n}{60} d_r} = 32.46 \text{ m/s}$$

La ecuación del momento para turbinas de Euler se escribe $M_t = \rho Q (c_{1u} r_1 - c_{2u} r_2)$ en este caso, por no considerar las pérdidas $M = M_t$, quedando:

$$M = \rho Q c_{1u} r_p = 1000 \cdot 8.31 \cdot 32.46 \cdot 0.5 = 134.87 \cdot 10^3 \text{ Nm}$$

$$P_a = M\omega = 134.87 \cdot 10^3 \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot 127}{60} = 1793.71 \text{ kW}$$

Resp apart. (b)

4.4.4 Balance energético. Pérdidas interiores

En las turbinas de reacción, según lo comentado en el apartado 2.8, de modo totalmente análogo a las turbobombas, se habla de tres tipos de pérdidas: pérdidas hidráulicas, pérdidas volumétricas, y pérdidas mecánicas. Obviamente en este caso, el fluido en movimiento (desde la entrada a la salida de la turbina) es el que cede su energía al órgano móvil, por lo que los flujos energéticos son en sentido opuesto al caso de las turbobombas. A continuación se analizará cada tipo de pérdida en detalle:

- Pérdidas hidráulicas: Se producen desde la entrada de la turbina a la entrada del distribuidor Fink, en el propio distribuidor, y entre el distribuidor y el rodete (entrehierro). Igualmente hay pérdidas en el rodete, y en el tubo de aspiración a la salida del mismo, si lo hubiese. En primera aproximación, suele estimarse que estas pérdidas son proporcionales al cuadrado del caudal.
- Pérdidas volumétricas: Asociadas a las holguras que permiten fugas de agua al exterior, caudal de fugas externas q_{ext} ; y las holguras entre el rodete y la carcasa, siendo en el sentido del caudal principal, al ser superior la presión en la entrada. Este caudal de fugas internas q_i , sigue siendo una pérdida porque no cede su energía al rodete, de ahí que aparezcan expresiones diferentes para el rendimiento volumétrico en bombas y turbinas.
- Pérdidas mecánicas: Son exactamente del mismo tipo que en cualquier tipo de máquina, no afectan al rendimiento interno pero suponen una disminución de la energía que la máquina restituye.

4.4.5 Regulación de caudal en turbinas de reacción

Por regla general, las turbinas están conectadas a un grupo turbo-alternador único, con un número de pares de polos, p , que gira a una velocidad n , y que se conecta a la red. La frecuencia de la corriente suministrada a la red es: $f = pn$ donde ($p = \text{pares de polos}$; $n = \text{rps}$). Como la frecuencia debe ser constante, la velocidad de giro debe ser constante. Se habla de un régimen estacionario, cuando una vez acelerado, funciona de forma estacionaria, siempre que el par motor M_m sea igual al par resistente, siendo el par motor:

$$M_m = \rho Q (r_1 c_{1u} - r_2 c_{2u}) \eta_i \eta_m \quad (4.16)$$

y el par resistente:

$$M_r = \frac{P_q}{\omega} = \frac{\rho g Q H \eta_{tot}}{\omega} \quad (4.17)$$

Por otra parte se habla de régimen perturbado, cuando la variación de la carga de la red alimentada por el alternador, modifica la velocidad de giro, de modo que pueden ocurrir tres situaciones:

1. Aumento del consumo de la red. $M = M_m - M_r < 0 \Rightarrow \omega$ Disminuye
2. Descenso del consumo de la red. $M = M_m - M_r > 0 \Rightarrow \omega$ Aumenta
3. Anulación del consumo de la red. En este caso la aceleración del grupo adquiere un valor máximo.

Para evitar estas situaciones habrá que actuar, en el caso 1 cerrando la admisión y en el 2 abriéndola, desplazando las curvas hacia un nuevo punto de funcionamiento.

La turbinas de reacción pueden tener una 'doble' regulación, ya que ésta se puede realizar actuando sobre el distribuidor y el orificio compensador (para turbinas Francis), o bien sobre el distribuidor y los álabes del rodete (en el caso de las turbinas Kaplan). La regulación manual puede conseguirse de dos maneras:

- Por regulación de la carga: Al aumentar o disminuir el consumo de energía eléctrica de la red se disminuye o aumenta la carga de la turbina sin actuar sobre su admisión; utilizando por ejemplo, una resistencia variable, donde se disipa la energía. Este es un método poco económico.
- Por regulación de la turbina: Para ello se varía la potencia suministrada a la turbina $P = \rho gQH$, lo cual puede conseguirse variando Q o H : La variación de H es técnicamente difícil y anti-económica, en la práctica se realiza la regulación variando el caudal. Es importante recordar que al variar el caudal Q , se varían inevitablemente las pérdidas, y por tanto la altura H .

4.4.6 Curvas características

Tomando una serie de variables independientes y expresando cada una de las restantes en función de éstas, atendiendo al tipo de turbina se tiene:

- Francis:

$$Q = Q(d_1, a, H, n)$$

$$P_a = P_a(d_1, a, H, n)$$

$$\eta_{tot} = \eta_{tot}(d_1, a, H, n)$$

- Kaplan:

$$Q = Q(d_1, a, H, n, \varphi)$$

$$P_a = P_a(d_1, a, H, n, \varphi)$$

$$\eta_{tot} = \eta_{tot}(d_1, a, H, n, \varphi)$$

Donde a es el parámetro de apertura del distribuidor y φ representa el ángulo de giro de los álabes en el rodete ($\varphi = 0$ si es el ángulo de diseño o nominal, no necesariamente coincidente con el de óptimo funcionamiento; $\varphi < 0$ si es menor que el nominal; $\varphi > 0$ si es mayor que el nominal)

Para un régimen cualquiera de funcionamiento y recordando el triángulo de velocidades (sección 2.3, figura 2.5) particularizado para el punto 2 de la salida se tiene que:

$$c_{2u} = u_2 - c_{2m} ctg\beta_2 \quad (4.18)$$

luego la circulación a la salida del rodete Γ_2 será:

$$\Gamma_2 = \pi d_2 (u_2 - c_{2m} ctg\beta_2) \quad (4.19)$$

con $u_2 = \pi d_2 n$ $c_{2m} = \frac{Q}{A_2}$ donde A_2 es la sección de salida del rodete normal al flujo. Luego:

$$\Gamma_2 = \pi^2 d_2^2 n - Q \frac{\pi d_2}{A_2} ctg\beta_2 \quad (4.20)$$

En la entrada se tiene que:

$$\Gamma_1 = \pi d_1 c_{1m} ctg\alpha_1 \quad (4.21)$$

se cumple que $c_{1m} = \frac{Q}{\pi d_1 b}$ donde b es el ancho del distribuidor de salida. Entonces:

$$\Gamma_1 = \frac{Q}{b} ctg\alpha_1 \quad (4.22)$$

si se expresa la ecuación de Euler para una turbina hidráulica de la siguiente forma:

$$gH\eta_h = n(\Gamma_1 - \Gamma_2) \quad (4.23)$$

sustituyendo en esta expresión las ecuaciones 4.20 y 4.22 se obtiene que:

$$gH\eta_h = n \left(\frac{Q}{b} ctg\alpha_1 - \pi^2 d_2^2 n + Q \frac{\pi d_2}{A_2} ctg\beta_2 \right) \quad (4.24)$$

Esta ecuación da la variación de η_h para los diferentes regímenes de funcionamiento. Con ella se obtiene la curva $\eta_h = f(n)$ de una turbina de reacción, como se ve en la figura 4.14. De ella se deduce que el rendimiento hidráulico es nulo para:

- Turbina frenada, $n = 0$.
- $n = n_e$ que es el valor que anula el paréntesis y se denomina velocidad de embalamiento.

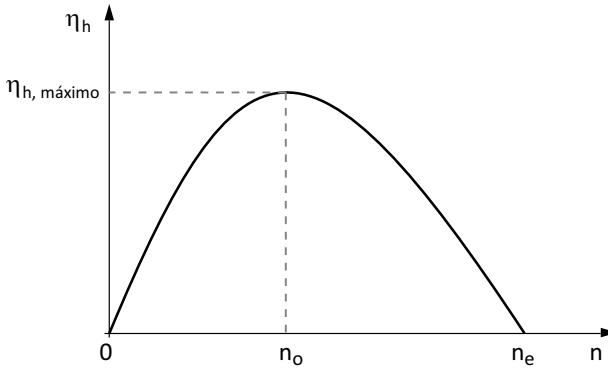


Figura 4.14: Rendimiento hidráulico frente a velocidad de giro para una turbina de reacción.

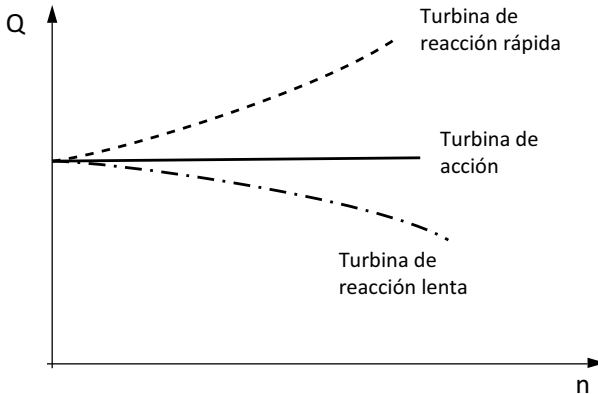


Figura 4.15: Caudal frente a velocidad de giro para diferentes turbinas.

4.4.6.1 Diagrama universal de curvas características de un tipo de turbina hidráulica

Generalmente, una vez terminado el proyecto de una turbina se construye un modelo a escala reducida de la turbomáquina completa, incluyendo en las de reacción distribuidor y tubo de aspiración. Este modelo se instala en el banco de pruebas y, manteniendo la apertura de distribuidor y la altura neta constantes, se varía la velocidad de giro registrando el caudal, es decir, se genera la curva $Q = f(n)$ tal y como se muestra en la figura 4.15.

Para las turbinas Pelton, dicha curva es prácticamente paralela al eje de abscisas, puesto que la velocidad de salida a la atmósfera y la sección de paso se mantienen constantes. En las turbinas de reacción rápidas la pendiente es positiva, mientras

que en las turbinas lentas la pendiente es negativa.

Llegados a este punto se pueden seguir dos caminos:

1. Utilizar como variables las mismas magnitudes de la máquina ensayada. El diagrama obtenido utilizando dichas variables se denomina *diagrama de curvas características particular de una turbina hidráulica*.
2. Utilizar como variables las magnitudes reducidas y, por tanto, el concepto de turbina unitaria definidas en el apartado 2.9.1. El diagrama obtenido se denomina *diagrama universal de curvas características de un tipo de turbina hidráulica*. Se denomina universal porque es aplicable dentro de los límites impuestos por la teoría de la semejanza a todas las series de turbinas geoméricamente semejantes, es decir, del mismo n_s .

De ambas opciones, en bombas es más habitual seguir el punto 1 mientras que en turbinas se toma el 2, empleando como ordenadas n_{11} y Q_{11} .

En el ensayo elemental es suficiente trazar las curvas $Q_{11} = Q_{11}(n_{11})$ y $\eta_{tot} = \eta_{tot}(n_{11})$ para una apertura de distribuidor dada (a_m). A continuación se realizan más ensayos con aperturas diferentes del distribuidor. Una vez hecho esto se trasladan las curvas a una gráfica (n_{11}, Q_{11}) y se unen los puntos de igual rendimiento por isóneas $\eta_{tot} = cte$. Este es el diagrama universal principal (figura 4.16).

En este tipo de diagramas siempre se ha de indicar el diámetro del modelo. Las isóneas de rendimiento son lo verdaderamente importante de este diagrama por lo que las líneas de apertura de distribuidor pueden omitirse.

Si se representan η_{tot} para una apertura de distribuidor fija, teniendo en el eje de ordenadas la potencia cedida unitaria ($P_{a_{11}}$) y en el de abscisas n_{11} , se obtienen las curvas de nivel de colina de rendimiento, figura 4.17. Estas curvas se corresponden con la vista “en alzado” si se considera que el diagrama universal principal está “en planta”.

Una turbina está bien adaptada a un salto si su n_{11} de funcionamiento normal corresponde o está próximo al pico o zona de máximo rendimiento.

4.4.7 Funcionamiento anómalo

4.4.7.1 Cavitación en turbinas

A la salida del rodete de una turbina hidráulica se produce una depresión con el objetivo de incrementar la energía absorbida por aquel, de tal manera que cuanto

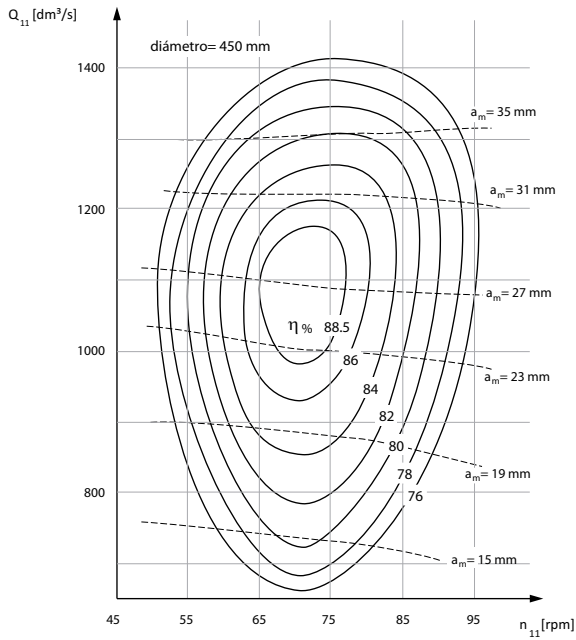


Figura 4.16: Diagrama universal principal de una turbina Francis.

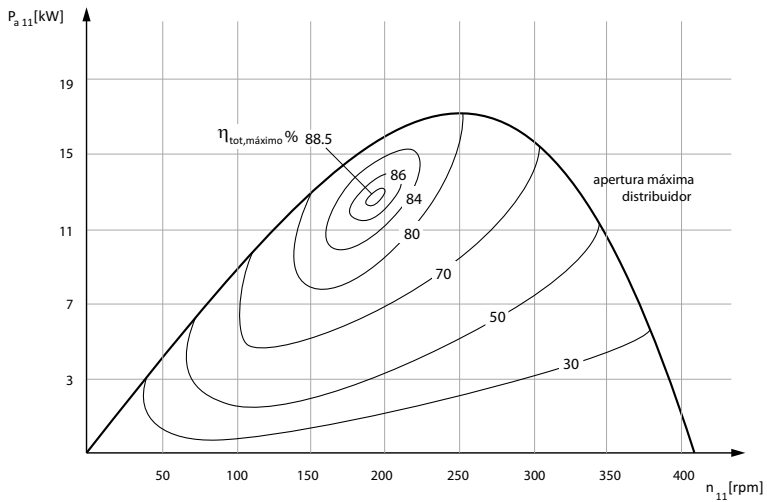


Figura 4.17: Colina de rendimiento. Turbina Francis.

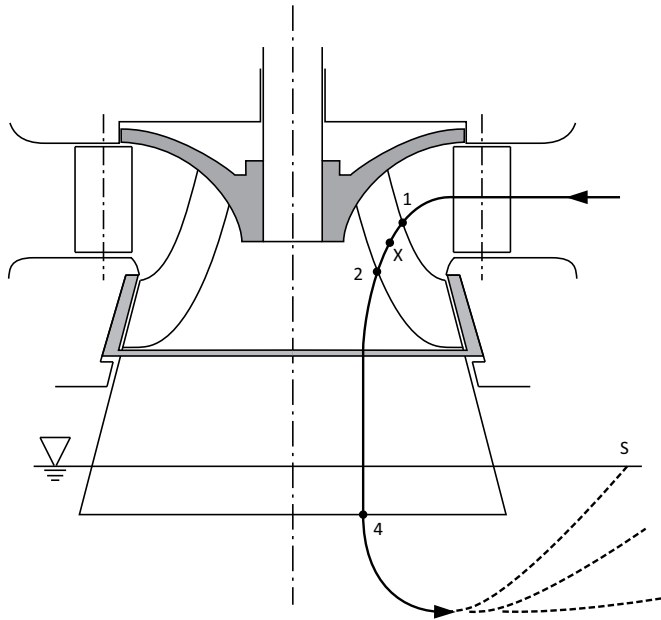


Figura 4.18: Línea media de la corriente en una turbina.

mayor sea la depresión formada, tanto mayor será la altura efectiva y por ende el rendimiento de la máquina. Además en las turbinas, el tubo de aspiración no tiene como en las bombas meramente la función de conducción del agua desde la máquina al nivel inferior (o del nivel inferior a la máquina en las bombas), sino también la función de recuperación de energía cinética. Con la salvedad de que el tubo de aspiración en turbinas forma parte de ella, es decir, sus pérdidas son imputables a la misma, sucediendo lo contrario en las bombas.

A modo orientativo existen algunas expresiones aproximadas, como la de Luchinger, válida exclusivamente para turbinas Francis que señala el límite máximo de velocidad específica de funcionamiento para que no se produzca cavitación:

$$n_s < \frac{6.850}{H + 10} + 84 \text{ rpm} \quad (4.25)$$

De modo más general y escribiendo la ecuación de Bernoulli generalizada para el movimiento relativo entre el punto x y el punto 2 en la arista de salida del rodete (ambos puntos situados en la misma línea media de la corriente, véase figura 4.18)

se tendrá:

$$\frac{p_x}{\rho g} + \frac{w_x^2}{2g} - \frac{u_x^2}{2g} + H_x - H_{r_{x-2}} = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{w_2^2}{2g} - \frac{u_2^2}{2g} + z_2 \quad (4.26)$$

donde H_x es la altura geodésica del punto x y $H_{r_{x-2}}$ son las pérdidas hidráulicas entre x y 2.

Ahora se escribe la ecuación de Bernoulli para el movimiento absoluto entre el punto 2 y 4, situado a la salida del tubo de aspiración:

$$\frac{p_2}{\rho g} + \frac{c_2^2}{2g} + z_2 - H_{r_{2-4}} = \frac{p_4}{\rho g} + \frac{c_4^2}{2g} + z_4 \quad (4.27)$$

Por otra parte, si se tiene en cuenta que en el nivel del canal de salida la cota es 0 y se está en contacto con la atmósfera ($p = p_{\text{barométrica}}$):

$$\frac{p_4}{\rho g} + \frac{c_4^2}{2g} + z_4 = \frac{p_b}{\rho g} + \frac{c_4^2}{2g} \quad (4.28)$$

Despejando en esta última expresión $\frac{p_2}{\rho g} + z_2$ se tendrá:

$$\frac{p_2}{\rho g} + z_2 = \frac{p_b}{\rho g} - \left(\frac{c_2^2 - c_4^2}{2g} \right) + H_{r_{2-4}} \quad (4.29)$$

Sustituyendo la ecuación 4.29 en la 4.26, se tiene:

$$\frac{p_x}{\rho g} = \frac{p_b}{\rho g} - H_x - \left(\frac{c_2^2 - c_4^2}{2g} - H_{r_{2-4}} \right) - \left(\frac{w_x^2 - w_2^2 + u_2^2 - u_x^2}{2g} - H_{r_{x-2}} \right) \quad (4.30)$$

que se puede reescribir como:

$$\frac{p_x}{\rho g} = \frac{p_b}{\rho g} - H_x - H'_d - H''_d \quad (4.31)$$

donde $\frac{p_b}{\rho g}$ es la altura de presión barométrica, H_x es la depresión estática, causada por la altura geodésica del punto x , H'_d es la depresión dinámica, causada por la forma y dimensiones del tubo de aspiración y H''_d es la depresión dinámica, causada por la forma y dimensiones de los álabes móviles.

Si ahora se resta a los dos miembros de la ecuación 4.30 el término $\frac{p_s}{\rho g}$, siendo p_s la presión de saturación del vapor, y se dividen ambos por la altura neta de la turbina H , se llega a la siguiente ecuación:

$$\frac{\frac{p_x}{\rho g} - \frac{p_s}{\rho g}}{H} = \left(\frac{\frac{p_b - p_s}{\rho g} - H_x}{H} \right) - \left(\frac{\frac{c_2^2 - c_4^2}{2g} - H_{r_{2-4}} + \frac{w_x^2 - w_2^2 + u_2^2 - u_x^2}{2g} - H_{r_{x-2}}}{H} \right) \quad (4.32)$$

La cavitación tendrá lugar cuando $\frac{p_x}{\rho g} = \frac{p_s}{\rho g}$, es decir, cuando el primer miembro se hace cero, por consiguiente el primer y segundo paréntesis del segundo miembro se igualan.

El primer paréntesis de la ecuación anterior depende sólo de factores de la instalación y se denomina *coeficiente de cavitación de la instalación*, definido pues así:

$$\sigma_{inst} = \frac{\frac{p_b - p_s}{\rho g} - H_x}{H} \quad (4.33)$$

Se procede ahora a aplicar la ecuación de la energía mecánica entre los puntos normalizados¹, E y A de la turbina:

$$\frac{p_E}{\rho g} + \frac{c_E^2}{2g} + H_s - H_{r_{E-A}} = \frac{p_A}{\rho g} \rightarrow \frac{p_A}{\rho g} - H_s + H_{r_{E-A}} = \frac{p_E}{\rho g} + \frac{c_E^2}{2g} \quad (4.34)$$

despejando H_s :

$$H_s = \frac{p_A - p_E}{\rho g} - \left(\frac{c_E^2}{2g} - H_{r_{E-A}} \right) \quad (4.35)$$

el término $\frac{c_E^2}{2g} - H_{r_{E-A}}$ es la depresión dinámica en el interior de la máquina, causada por las pérdidas del tubo de aspiración además del rozamiento. Se denomina Δh .

Por otra parte, para maximizar la altura de aspiración (H_s) se cumple que $\frac{p_E}{\rho g} = \frac{p_s}{\rho g}$. En consecuencia, se puede expresar la altura de aspiración máxima admisible así:

$$H_{s_{m\acute{a}x}} = \frac{p_A - p_s}{\rho g} - \Delta h \quad (4.36)$$

Se puede, por consiguiente, expresar el coeficiente de cavitación en turbinas del siguiente modo, suponiendo $p_A = p_{barométrica}$:

$$\sigma = \frac{\Delta h}{H} = \frac{\frac{p_b - p_s}{\rho g} - H_{s_{m\acute{a}x}}}{H} \quad (4.37)$$

4.4.7.2 Golpe de ariete

En las turbinas de reacción el golpe de ariete se produce por el cierre o apertura rápida de la válvula general de admisión o del distribuidor Fink.

¹El punto normalizado E se define en la DIN 4323, ubicado en la cota de entrada de la turbina después del rodete. El punto A, se corresponde con el punto S de la figura 4.18.

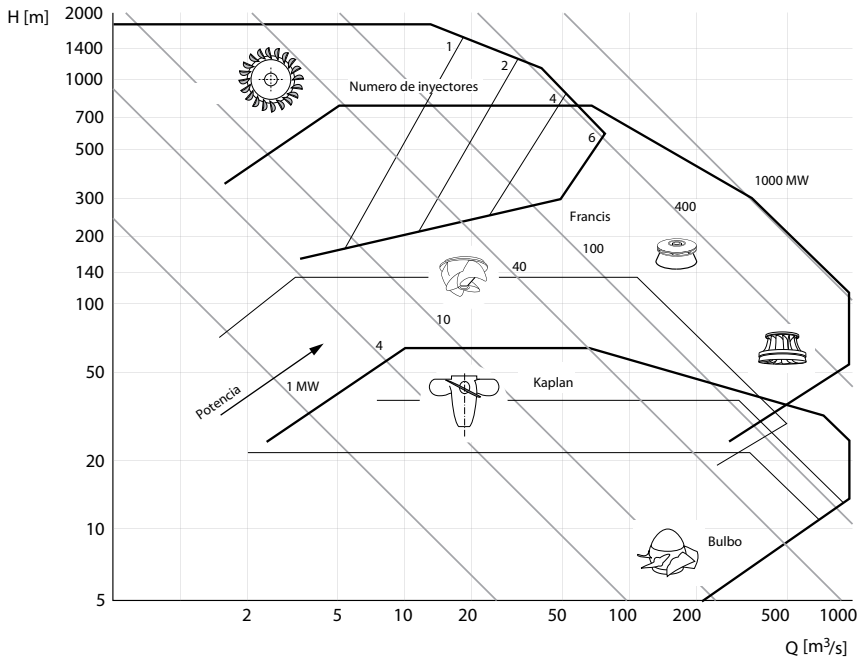


Figura 4.19: Cuadro comparativo para la selección de turbinas donde se muestra: Altura del salto, Caudal y potencia de la máquina.

4.5 Criterios de selección

Las turbinas Francis se pueden emplear para saltos desde los 30 m hasta 700 m y potencias que van de 1 MW hasta 250 MW . En los saltos grandes se emplean las Francis radiales o lentas y para saltos bajos las diagonales o rápidas.

Generalmente las turbinas Kaplan se emplean para caudales grandes y saltos pequeños (del orden de 5 a 70 m) y en un rango de potencias de 20 a 100 MW .

El uso de turbinas Pelton se limita a los saltos más elevados, superiores a 200 metros, aunque con el objeto de explotar minicentrales se ha ampliado el rango entre los 45 y 700 m . Las potencias van desde los 0.1 a los 15 MW y los caudales suelen ser pequeños en comparación con los otros modelos. Estos rangos de utilización de cada turbina se pueden analizar en la figura 4.19.

- **Entre turbinas Kaplan y Francis:** ambos tipos de turbina entran en competencia para saltos de entre 30 y 70 m . La elección depende de muchos factores, no obstante se pueden hacer las siguientes consideraciones:

- Las turbinas Kaplan se adaptan mejor a variaciones de carga, debido a que su curva de rendimiento es muy plana.
 - Cuando una turbina Francis funciona con caudales inferiores al 60% de la carga máxima aparece en el tubo de descarga un fenómeno denominado *antorcha*. Es un caso particular de cavitación que aparece a cargas parciales y puede dar lugar a fuertes vibraciones asociadas a las oscilaciones de presión. Por el contrario, las Kaplan funcionan con normalidad a carga parcial de 40-50 % de la máxima.
 - Las turbinas Kaplan son más sencillas de transportar, el rodete es desmontable.
 - Para saltos bajos (superiores a 50 metros), a igualdad de potencia, las turbinas Kaplan tienen diámetros de rodete mayores que las turbinas Francis. Sólo variaciones importantes en el salto o en la carga justificarían el empleo de turbinas Kaplan.
- **Entre las turbinas Francis y Pelton:** estos tipos de turbomáquinas compiten en saltos comprendidos entre los 200 y los 700 metros. En general, se pueden establecer las siguientes consideraciones:
- A igualdad de salto y potencia, las Francis poseen dimensiones globales menores aunque las Pelton requieren un volumen de excavación mínimo.
 - A diferencia de las turbinas Francis, en las Pelton no existe peligro de cavitación.
 - Debido a la erosión de la arena, el rendimiento de las turbinas Francis empeora menos que el de las Pelton, ya que el deterioro producido en aguja y cucharas puede ser importante.
 - El rendimiento a carga parcial de las Pelton es prácticamente constante, ya que únicamente hay que cerrar alguna tobera de los distintos chorros, sin embargo el rendimiento a carga parcial de la Francis decrece considerablemente respecto a su óptimo.

Capítulo 5

Centrales hidráulicas

5.1 Introducción

En última instancia, es la energía solar la que al evaporar el agua inicia y posibilita el conocido como ciclo del agua: Aguas superficiales \Rightarrow evaporación \Rightarrow condensación \Rightarrow precipitación \Rightarrow Aguas superficiales. Por tanto al aprovechar la energía del agua, ya sea para aprovechamientos de riego, para molinos, o grandes centrales hidráulicas, estamos empleando una energía secundaria del sol.

Desde hace miles de años se emplean ruedas y molinos hidráulicos, que transforman la energía hidráulica (cinética y/o potencial) directamente en energía mecánica, y que se han empleado desde la molienda de cereal, a aplicaciones industriales textiles y metalúrgicas. Hoy en día, en la gran mayoría de aprovechamientos hidráulicos, se transforma la energía mecánica obtenida en las turbinas, directamente en energía eléctrica. Esta fuente de generación de energía eléctrica se dice que emplea como combustible la “hulla blanca”, ya que el aprovechamiento de la energía del agua en su ciclo natural no genera residuos, es una fuente de energía renovable, y aunque tiene un cierto impacto en el ecosistema, su aceptación social junto al resto de renovables ha ido en aumento en las últimas décadas. La transformación de la energía disponible en el agua, potencial y/o cinética en la energía mecánica en el eje de salida, se ha analizado en detalle en el capítulo 4. La ubicación natural de una turbina hidráulica será por lo tanto en una central hidráulica, que es una explotación industrial, en donde una o varias turbinas transforman la energía del agua en energía mecánica, que posteriormente se suele transformar en energía eléctrica para su distribución y consumo. Las centrales hidroeléctricas se ubican en

cursos naturales, ríos, embalses, lagos, etc, que en general sufren algunas modificaciones más o menos profundas para poder extraer la energía del agua de un modo lo más eficiente posible. El propio curso natural del agua, las turbinas hidráulicas, junto con los elementos constitutivos básicos, como las presas, canalizaciones, etc, constituyen lo que se conoce como central hidráulica.

5.1.1 Ubicación de la central

Es fundamental la correcta elección de la ubicación de una central hidráulica, que siempre se iniciará estudiando los planos topográficos de los posibles emplazamientos. Una localización acertada puede disminuir el coste de instalación de forma drástica. Deben intentar aprovecharse las singularidades orográficas. De forma natural, dos puntos de un río pueden estar separados por una distancia pequeña en planta, y mostrar grandes saltos de altura de agua, en meandros, por ejemplo, o incluso en vertical, cascadas, etc. Además se suelen crear saltos de altura artificiales, por ejemplo y de forma más común mediante la construcción de una presa en el cauce natural del río, creando un embalse. Para ello se analizan las curvas de nivel para ver la zona inundable analizando las diferentes secciones, como se muestra en la figura 5.1.

Por otra parte, se debe calcular una estimación del volumen de agua del vaso, mediante curvas hipsométricas, graficando la superficie inundada frente a la altura, hoy en día con mayor detalle con recreaciones tridimensionales de la zona anegada. En esta fase, no solo hay que tener en cuenta la orografía, sino que hay que tener presentes las consideraciones ecológicas y socioculturales que pueden impedir dicha ubicación. Ejemplos: inundación de lugares de culto, pueblos, zonas protegidas, o de especial conservación medioambiental, etc. Otra opción para crear artificialmente un salto elevado es derivando mediante un canal el cauce del río por una pendiente inferior a la natural, para finalmente tener un gran desnivel. Un caso singular de este tipo de central en España, es el de la central de Poncebos, ubicada en los Picos de Europa, en el río Cares, muy popular por una ruta de senderismo de montaña.

5.2 Clasificación y tipos

Las centrales hidráulicas se distinguen atendiendo a su ubicación física, o en función de la posición relativa presa-central, pero típicamente se clasifican, mediante al menos tres criterios diferentes.

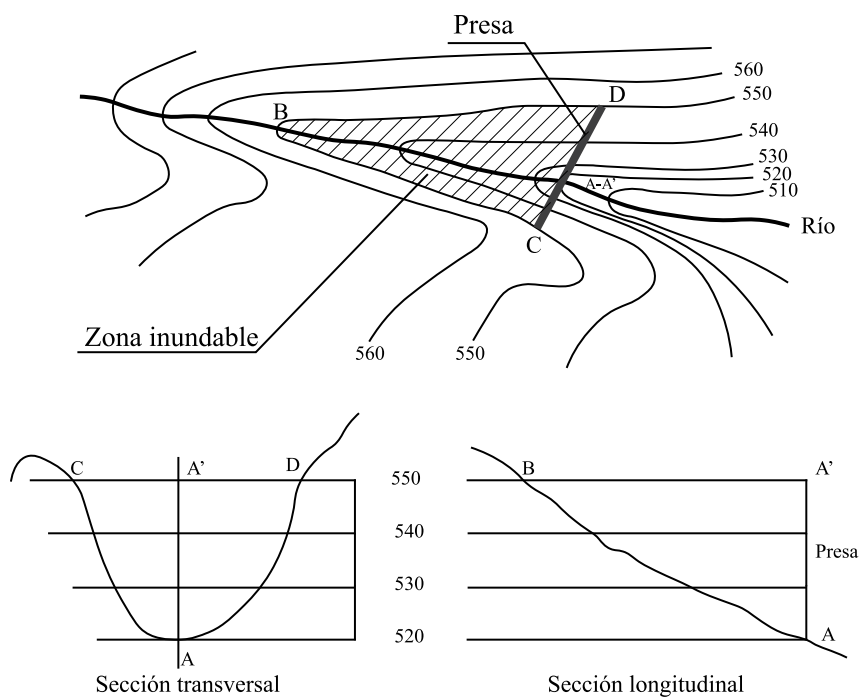


Figura 5.1: Curvas de nivel analizadas para implantación de una presa.

En función de la producción eléctrica, [15] se diferencian en:

- *Minicentrales*. Se habla de minicentrales cuando la potencia eléctrica generada es inferior a los 10MW.
- *Grandes y medianas*. Se denominan así aquellas cuya potencia instalada sea superior a 10MW.

En función de la utilización del agua, como se aprecia en la figura 5.2, se distinguen:

- *Centrales de agua fluyente*. En estas centrales no se altera el cauce del río, ya que no hay embalse. Se capta una parte del caudal de agua circulante para ser turbinado, y posteriormente se restituye al cauce natural del río. Dada su particular configuración habitualmente tienen un salto pequeño y prácticamente constante y un caudal muy variable, en función de la época del año. En general, son centrales de pequeño tamaño y de baja potencia, o minicentrales. Se enmarcan aquí las centrales de derivación, que son aquellas en las que se emplea una pequeña presa o azud para captar el agua y derivarla a la zona de turbinado, tras la que se restituye al cauce de nuevo en un canal de desagüe o socaz.
- *Centrales de agua embalsada*. En este tipo de central, el agua llega a las turbinas desde un embalse, lago o pantano. Incluso se pueden incluir las instalaciones que emplean agua del mar embalsada, centrales mareomotrices, aprovechando las diferencias de cota de las mareas a lo largo del día. Se distinguen:
 - Centrales de regulación, que tienen la posibilidad de hacer acopio de agua generalmente de un río, lo que les permite regular y amortiguar las oscilaciones hidrológicas asociadas. Son capaces de regular la producción, y permiten adaptarse a los picos de consumo en horas punta.
 - Centrales de bombeo o acumulación, que mediante un sistema de bombas externo, o bien una turbina reversible, almacenan energía hidráulica impulsando el agua hacia el embalse. Tienen típicamente dos embalses, ver esquema de la figura 5.3, para conseguir un mejor aprovechamiento, bombeando en horas de demanda valle y turbinando en horas de demanda pico.

En función del salto de agua, o la presión disponible [21]:

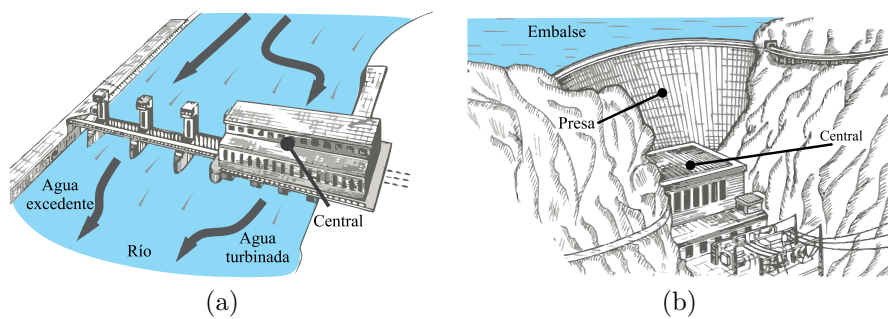


Figura 5.2: Central hidráulica de agua fluuyente (a), y de agua embalsada (b).

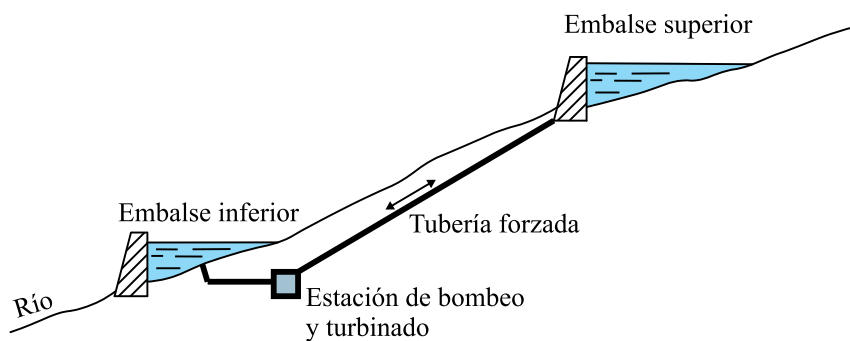


Figura 5.3: Central hidráulica de bombeo. Esquema.

- *Alta presión.* Obviamente son las de mayor presión, por lo tanto las de mayor altura, se consideran aquellas que tengan un salto hidráulico de más de 200 metros. Estos grandes saltos entre dos puntos de un cauce de un río, suelen encontrarse en zonas de alta montaña, en donde el volumen de agua fluyente es pequeño dado la escasa área de captación de pluviales, por lo que estas centrales típicamente tienen caudales bajos, del orden de $20m^3/s$. Con estas características de alta presión y bajo caudal, las turbinas más empleadas son las Pelton y Francis.
- *Media presión.* Se consideran centrales de media presión, aquellas en las que el salto de alturas está comprendido entre 20 y 200 metros. En este rango de alturas generalmente se corresponden a instalaciones normalmente con embalses, en valles de media montaña, por lo que los caudales son mayores que en las de alta presión, en torno a $200m^3/s$. Con este rango de alturas y caudales, coexisten los tres tipos de turbinas, Francis, Kaplan, y Pelton para los casos de mayores alturas.
- *Baja presión.* Son aquellas en las que el salto hidráulico es más bajo, por debajo de 20 metros. Esto suele corresponderse con grandes valles y en zonas de pendientes menores, con lo que la superficie de agua pluvial captada es mucho mayor, por lo que los caudales son típicamente altos, típicamente superiores a $300m^3/s$. En estas condiciones de escasa altura y caudales altos, las turbinas que específicamente mejor se adecuan son las Kaplan, aunque también hay turbinas Francis.

5.3 Elementos singulares

A continuación se describen y analizan los elementos más reseñables de las centrales hidráulicas, mostrados esquemáticamente en la figura 5.4, aunque no necesariamente deben aparecer todos.

5.3.1 Embalse

El embalse lo constituye el agua almacenada, como resultado del acopio de agua que fluye hacia su ubicación, en general por uno o varios ríos. Los embalses de agua se destinan a producción de energía eléctrica, y para el abastecimiento de agua a poblaciones principalmente. Del total de volumen de agua, o capacidad total del embalse, se diferencia entre aquel que está embalsado por encima del

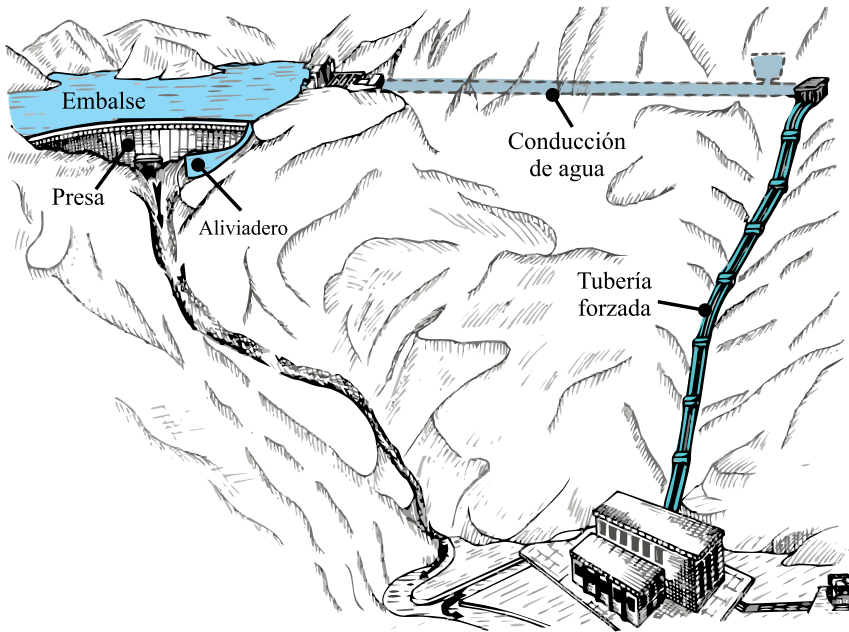


Figura 5.4: Elementos principales de una central hidráulica.

nivel de entrada a la central, capacidad útil, frente al que no se puede turbinar, capacidad no útil, figura 5.5.

5.3.2 Presa

La presa es una barrera que interrumpe la circulación del agua siguiendo sus cauces normales. En general tienen dos funciones principales: Aumentar la altura o salto de agua, y almacenar o retener un determinado volumen de agua. Son posiblemente el elemento más identificativo de una central hidráulica y existen multitud de

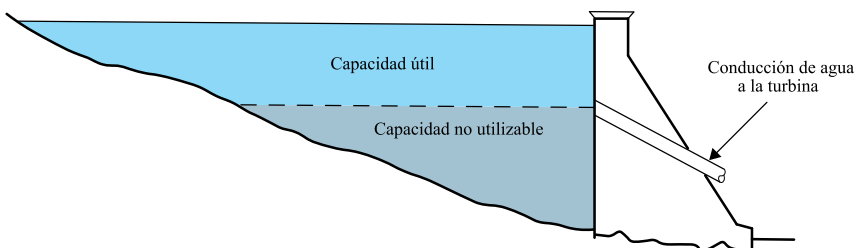


Figura 5.5: Capacidad de un embalse.

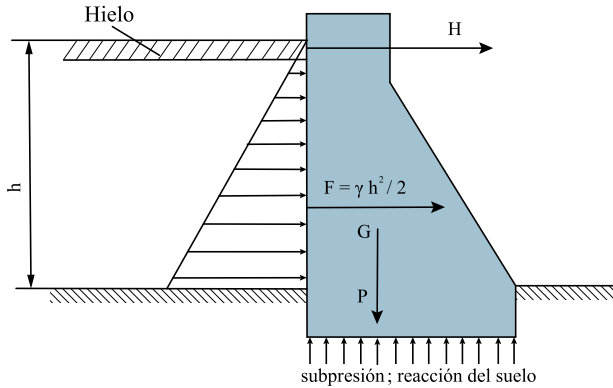


Figura 5.6: Detalle de las esfuerzos sobre una presa de gravedad.

configuraciones de presas diferentes:

- Presas de gravedad. El empuje ejercido por el agua embalsada se contrarresta por el propio peso de la presa, que tiene un perfil en general triangular o trapezoidal, disminuyendo el espesor con la altura, al disminuir obviamente la presión del agua. Requieren escaso mantenimiento en general y son muy sensibles a una buena cimentación. Se muestran esquemáticamente en la figura 5.6 las principales fuerzas presentes en el balance de fuerzas de la presa: peso de la presa y empuje del agua. Además se muestran otras fuerzas que pueden aparecer eventualmente asociadas por ejemplo a la presencia de hielo, o subpresiones en las cimentaciones.
- Presas de contrafuertes. Son muy similares a las presas de gravedad, con un espesor variable con la altura, pero con la diferencia fundamental de que se aligeran intercalando diferentes espesores, las secciones de mayor espesor son los denominados contrafuertes, o pilares, y se emplean para ahorrar en material, y mejoran la estabilidad para presas en terrenos poco estables. Se muestra un esquema en la figura 5.7, y una fotografía de una presa real en la figura 5.8.
- Presas de arco. Se emplean generalmente en pasos estrechos de un río, y redistribuyen el empuje del agua embalsada hacia los apoyos laterales de la presa mediante una sección de arcos horizontales, orientando la cara convexa hacia el agua. Se muestra un esquema de la redistribución de los esfuerzos hacia los apoyos laterales en la figura 5.10, y en la fotografía real de la figura 5.9.

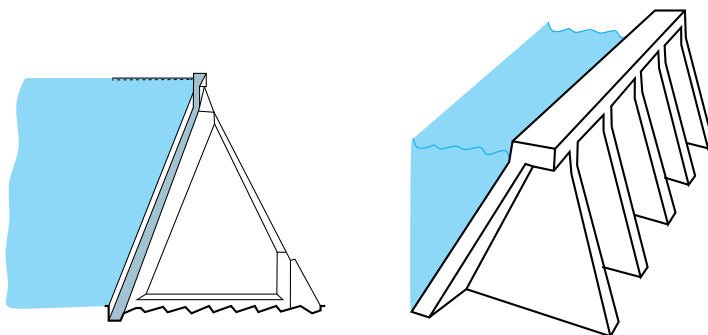


Figura 5.7: Detalles del perfil de una presa de contrafuertes.



Figura 5.8: Detalle de la presa con contrafuertes, presa de Roselend, Francia.



Figura 5.9: Detalle de una presa de arco.

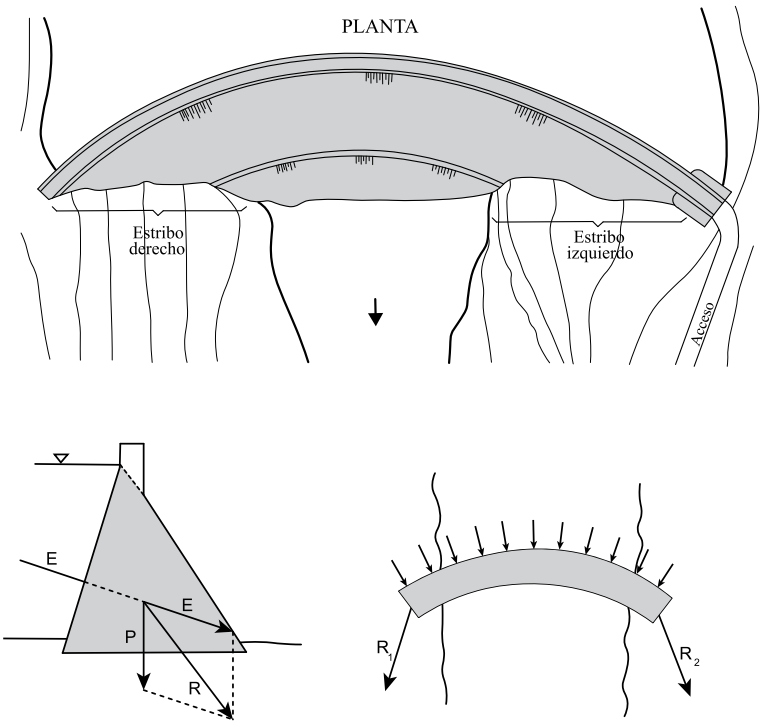


Figura 5.10: Detalle de las esfuerzos sobre una presa de arco.

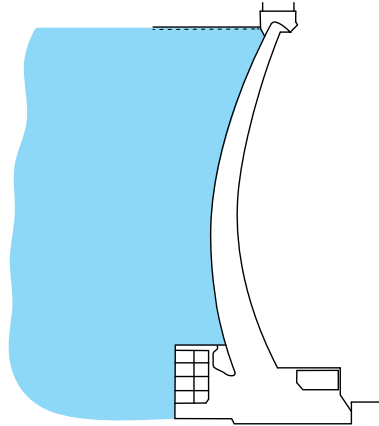
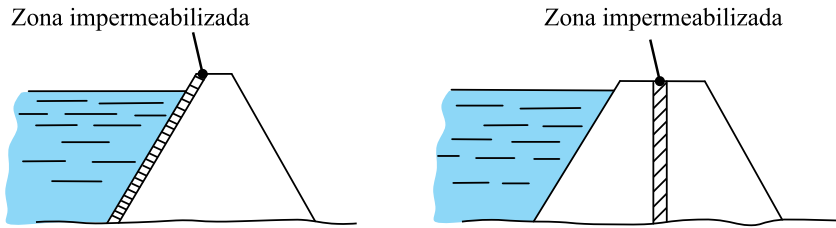
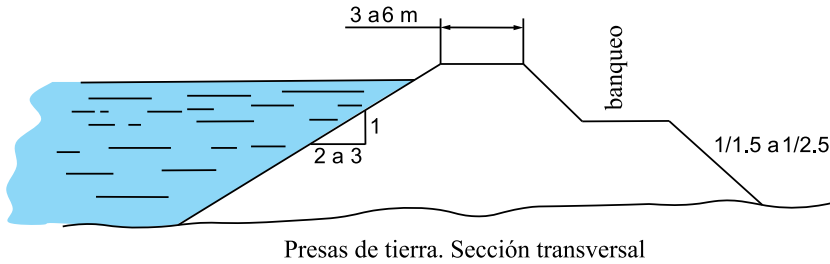


Figura 5.11: Detalle del perfil de una presa de bóveda.



Figura 5.12: Detalle de una presa de materiales incoherentes.

- Presas de bóveda. De un modo similar a las presas de arco, emplean una estructura esbelta (aunque más gruesa en la parte inferior) y combina arcos horizontales y verticales formando una doble curvatura, de ahí la denominación de bóveda, se muestra un perfil en la figura 5.11.
- Presas de materiales incoherentes. Este tipo de presas emplean materiales sueltos como tierra o piedras, que en determinados casos, y atendiendo a la disponibilidad del material, pueden ser más económicas que las de hormigón convencionales. Para evitar la penetración del agua, se emplean pantallas impermeables, véase figura 5.13, y se compacta de modo que resistan el empuje del agua. Buscando maximizar la fricción y resistencia al empuje, suelen tener una gran superficie en contacto con el agua. Son las que se emplean típicamente en la construcción de diques, ejemplo en la figura 5.12.



Impermeabilización de presas de materiales incoherentes

Figura 5.13: Detalle del perfil de una presa de material incoherente.

- Otras presas, como las de arco-gravedad, o las presas de arcos múltiples, combinan varios de los tipos de presas anteriormente descritos, o bien lo repiten a lo largo de la longitud de la presa, para optimizar los costes. Detalle de una presa de arco-gravedad en la central Hoover, figura 5.14.

5.3.3 Aliviaderos

Estos dispositivos encauzan, canalizan o desaguan el exceso de agua en un embalse producido en situaciones excepcionales de grandes crecidas. El riesgo de una avenida de agua sin control, por encima de las presas podría ocasionar daños irreparables en la propia presa, o aguas abajo de la misma. Su funcionamiento es por lo tanto, como el de otros sistemas de seguridad, muy ocasional, y una vez que se estabiliza el nivel de agua embalsada dejan de emplearse. La disposición de estos aliviaderos es muy variada: en la coronación de la presa, son los conocidos como saltos de esquí; por desagües de fondo, normalmente con cuenco de amortiguación; vertederos en canal, generalmente en los laterales de la presa, a la altura de la coronación; o de modo análogo pero enterrado, los túneles aliviaderos; y finalmente los aliviaderos en forma de vertedero libre. Se muestran ejemplos de aliviaderos en



Figura 5.14: Detalle de la presa de arco-gravedad en la central Hoover, río Colorado, EEUU.

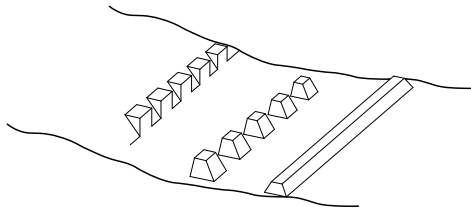


Figura 5.15: Dientes de Rehbock. Destruyores de energía del agua.

la figura 5.16. Es fundamental en todos estos casos, el empleo de elementos que disipen la energía del agua embalsada para evitar erosiones fatales en toda la zona. Se emplean para ello diferentes elementos destructores de energía como trampolines, resaltos en los aliviaderos, deflectores, cuencos de amortiguación, dientes de Rehbock, figura 5.15, y soleras adecuadas. Además las entradas o tomas de los desagües deben ser protegidos con rejillas y compuertas para evitar atascos.

5.3.4 Conducciones de agua

Las conducciones de agua empleadas en las centrales hidráulicas son en general de gran envergadura con altas solicitaciones y fundamentales para el correcto funcionamiento de la central. Alguna de las conducciones de agua más relevantes:

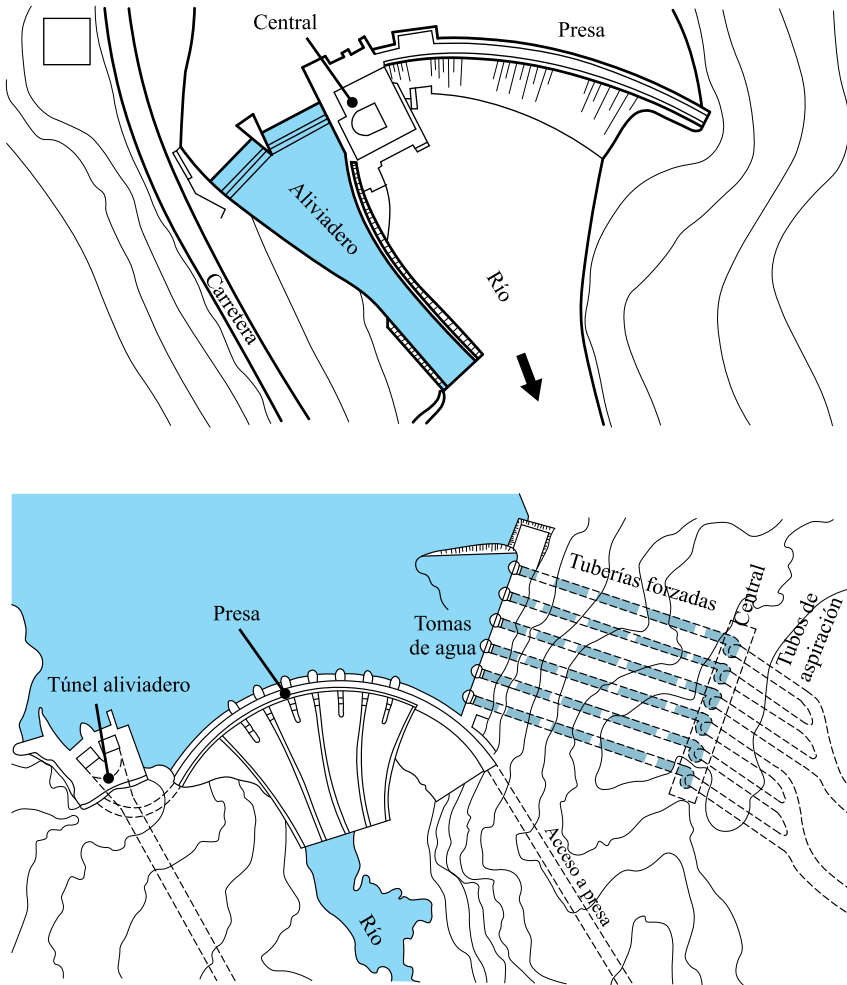


Figura 5.16: Disposición de diferentes tipos de aliviaderos.

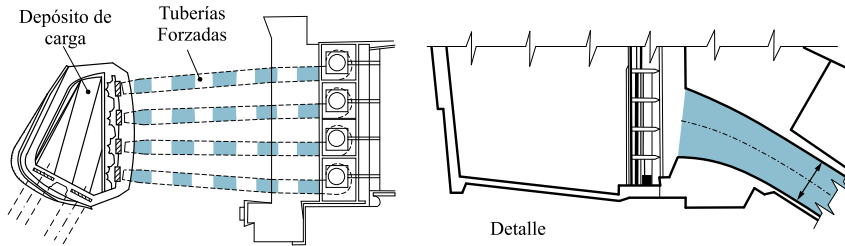


Figura 5.17: Detalle de tuberías forzadas.

- **Tuberías forzadas.** Las conducciones de agua que bien desde el embalse, captándose en las tomas de agua, figura 5.17; o desde un depósito de carga, transportan el agua hasta hasta las turbinas. Trabajan siempre llenas de agua y suele emplearse acero u hormigón armado en su construcción. Son los elementos más sensibles a fenómenos de sobrepresiones bruscas en la conducción del agua, conocido como golpe de ariete.
- **Tomas de agua.** Son las estructuras que comunican el agua embalsada con alguna tubería o canalización, y debe controlarse fundamentalmente la adecuación del agua captada a las necesidades de las turbinas que lo vayan a emplear, con rejillas fundamentalmente.
- **Galerías o túneles de conducción.** Conectan el agua desde las tomas en embalse al depósito de carga, o de extremidad, que es un almacén intermedio que comunica directamente con las tuberías forzadas. Estas canalizaciones suelen tener una longitud elevada con escasa pendiente aunque presurizadas, mientras que las tuberías forzadas por lo general tienen una longitud menor y soportan presiones muy altas.
- **Chimeneas de equilibrio.** Son pozos piezométricos que están conectados a las canalizaciones de agua para minimizar los daños de un posible golpe de ariete. El nivel de agua en su interior fluctuará en función de la presión de la instalación y se suelen ubicar justo antes de la tubería forzada, para proteger de posibles daños las galerías o túneles de conducción, figura 5.18.

Como se ha definido en el apartado 5.2, existen muchas combinaciones de centrales hidráulicas posibles, y por lo tanto los componentes que se acaban de mostrar no tienen que aparecer necesariamente en todas las centrales. A modo de ejemplos, en la figura 5.19 se muestran algunas de las posibles disposiciones de una central hidráulica vistas en planta.

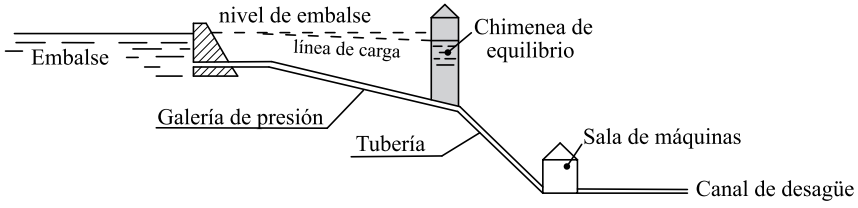


Figura 5.18: Ubicación de la chimenea de equilibrio.

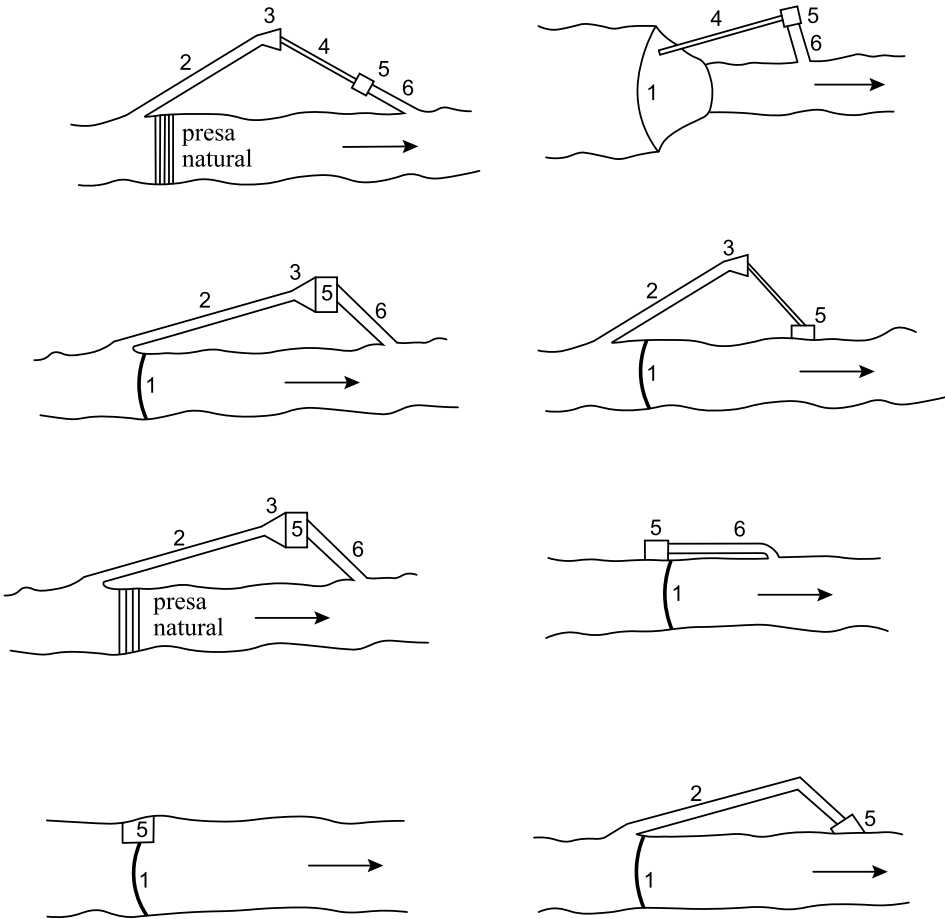


Figura 5.19: Distintas configuraciones posibles de una central hidráulica. 1-Presa, 2-Canal de derivación, 3-Depósito de carga, 4-Tubería forzada, 5-Sala de máquinas, 6-Canal de desagüe.

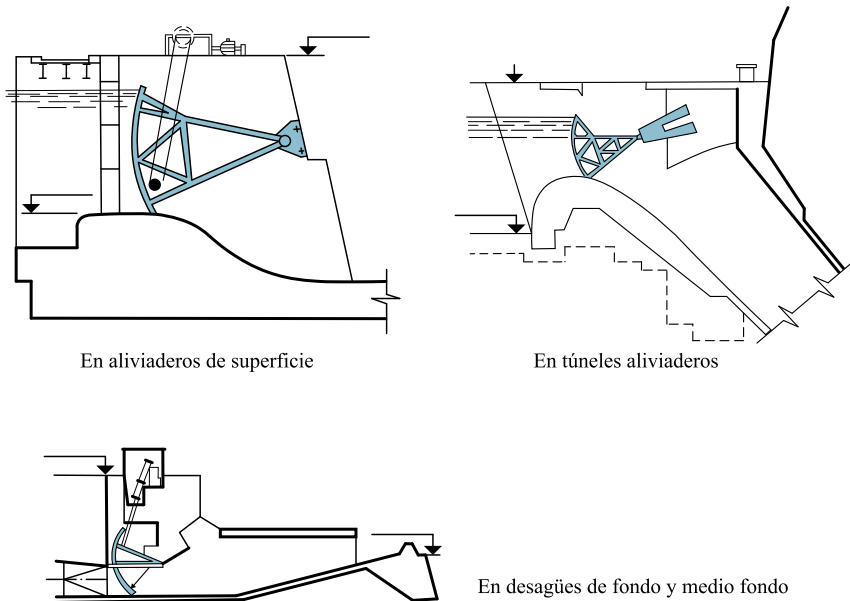


Figura 5.20: Diferentes ubicaciones de compuertas.

5.4 Dispositivos accesorios

En una central convencional hay muchos más elementos, que por no estar tan vinculados con las turbomáquinas hidráulicas no se analizarán en detalle. Otras infraestructuras de importancia notable como las salas de máquinas, o las estaciones eléctricas, no son tratados en este libro, pero obviamente también son fundamentales desde un punto de vista operativo.

Como ejemplos de dispositivos accesorios de interés, son las conducciones de aireación que comunican las tuberías de agua con el exterior para minimizar daños ante sobrepresiones, o las válvulas de compuertas, de sector, de mariposa, válvulas de bola o esféricas, etc, empleadas para el cierre y la regulación de caudales aportados en la central, figura 5.20. Existen instalaciones singulares como las escalas de peces, que fomentan y permiten que los peces puedan remontar río arriba, pese a la presencia de una presa, como se puede ver en la figura 5.22.

Los desagües de fondo, no sólo se emplean con la función de alivio en casos de grandes avenidas, si no que tienen en ocasiones una función de limpieza de sedimentos depositados, que puede ser fatal en determinadas situaciones, ya que puede reducirse de forma notable el volumen acumulado, o peor aun taponarse las tomas de agua. Mediante los adecuados caudales de desagüe en las tomas de fondo de

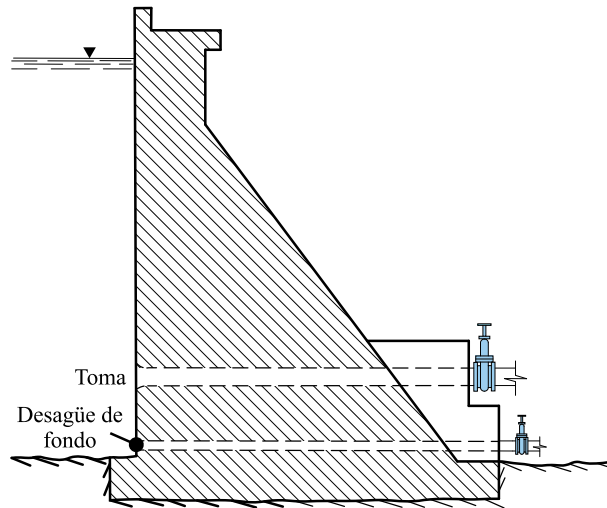


Figura 5.21: Detalle de desagüe de fondo.

forma periódica se intenta minimizar este problema, como se muestra en la figura 5.21.

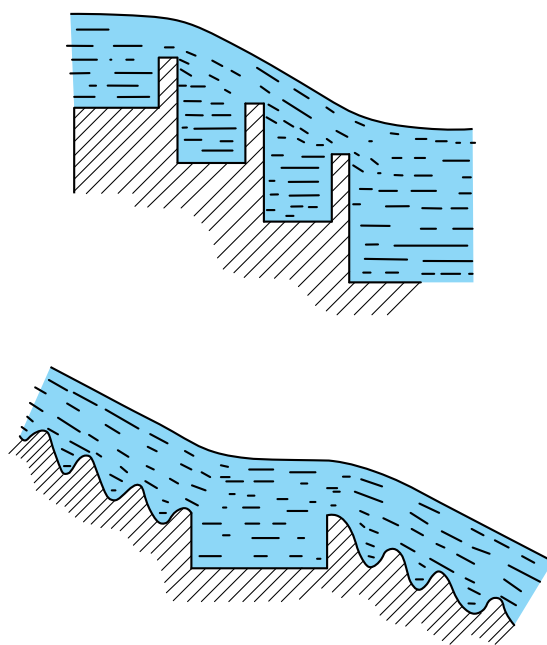


Figura 5.22: Esquema de una escala de peces.

Capítulo 6

Problemas

B1. Dada una bomba centrífuga, como la mostrada en la figura 6.1, se conocen los siguientes datos geométricos: $d_1 = 150mm$; $d_2 = 300mm$; $b_2 = 25mm$. De la corona directriz: $d_3 = 300mm$; $d_4 = 360mm$, el ancho de la corona directriz es constante $b_3 = b_4 = 25mm$, se desprecia el efecto debido al espesor de los alabes del rodete y de la corona directriz. Los datos del proyecto son $Q = 40 \frac{l}{s}$ $H = 75m$; $n = 2850 rpm$. y se hacen las siguientes suposiciones:

- El rendimiento volumétrico igual a 1, el rendimiento mecánico igual a 1 y rendimiento hidráulico 0.85.
- El factor de disminución de trabajo igual a 0.86.
- Las pérdidas en la corona directriz ascienden al 20% de la energía recuperable en la misma y las perdidas en el rodete ascienden a un 5% de la altura efectiva.
- La entrada de los alabes es radial y la velocidad de flujo se mantiene constante a su paso por los alabes.

Calcular:

- a. La altura teórica unidimensional $H_{t\infty}$ y la altura teórica bidimensional H_{t2} .
- b. La desviación de la corriente relativa causada por el remolino relativo a la salida del rodete.
- c. El ángulo real de la corriente absoluta a su llegada a la corona directriz.

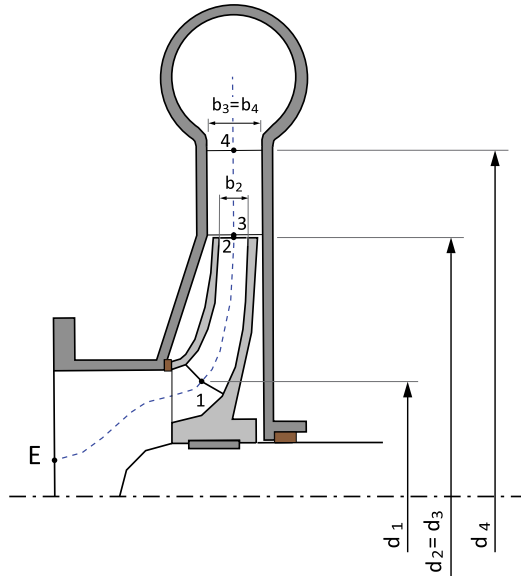


Figura 6.1: Dimensiones características del rodete.

- d. Altura de presión recuperada en la corona directriz.
- e. Incremento de presión estática real en el rodete.

B1.Solución:

- a) Conocido el rendimiento hidráulico y el factor de disminución de trabajo la relación entre la altura útil y las altura teórica unidimensional y bidimensional son:

$$H = H_{1z} \eta_h = H_{1\infty} e_z \eta_h$$

$$H_{1\infty} = \frac{H}{e_z \eta_h} = \frac{75}{0.87 \cdot 0.85} = 102.60m$$

$$H_{1z} = \frac{H}{\eta_h} = \frac{75}{0.85} = 88.24m$$

- b) La resolución de los triángulos de velocidades 2∞ y $2z$ nos permitirá determinar la desviación de la corriente relativa causada por el remolino relativo $\delta = \beta_{2\infty} - \beta_{2z}$

Infinitos álaves (teoría ideal unidimensional)

$$u_2 = \frac{\pi D_2 n}{60} = \frac{\pi \cdot 0.3 \cdot 2850}{60} = 44.77 \frac{m}{s}$$

$$H_{1\infty} = \frac{c_{2\infty u} u_2 - \overset{0}{c_{1\infty u}} u_1}{g} = \frac{c_{2\infty u} u_2}{g} \implies c_{2\infty u} = \frac{H_{1\infty} g}{u_2} = \frac{102.6 \cdot 9.81}{44.77} = 22.48 \frac{m}{s}$$

$$c_{2\infty m} = c_{2zm} = \frac{Q}{\pi d_2 b_2 \eta_v} = \frac{0.030}{\pi \cdot 0.3 \cdot 0.022 \cdot 1} = 1.7 \frac{m}{s}$$

$$\beta_{2\infty} = \arctan\left(\frac{c_{2m}}{u_2 - c_{2\infty u}}\right) = \arctan\left(\frac{1.7}{44.77 - 22.48}\right) = 0.07612 \text{ rad} = 4.36^\circ$$

$\beta_{2\infty}$: ángulo constructivo de los álaves a la salida.

Z álaves (teoría ideal bidimensional)

$$u_2 = \frac{\pi D_2 n}{60} = \frac{\pi \cdot 0.3 \cdot 2850}{60} = 44.77 \frac{m}{s}$$

$$H_{1z} = \frac{c_{2zu} u_2 - \overset{0}{c_{1zu}} u_1}{g} = \frac{c_{2zu} u_2}{g} \implies c_{2zu} = \frac{H_{1z} g}{u_2} = \frac{88.24 \cdot 9.81}{44.77} = 19.34 \frac{m}{s}$$

$$c_{2\infty m} = c_{2zm} = \frac{Q}{\pi d_2 b_2 \eta_v} = \frac{0.030}{\pi \cdot 0.3 \cdot 0.022 \cdot 1} = 1.7 \frac{m}{s}$$

$$\beta_{2z} = \arctan\left(\frac{c_{2m}}{u_2 - c_{2zu}}\right) = \arctan\left(\frac{1.7}{44.77 - 19.34}\right) = 0.06675 \text{ rad} = 3.82^\circ$$

$$\alpha_{2z} = \arctan\left(\frac{c_{2m}}{c_{2zu}}\right) = \arctan\left(\frac{1.7}{19.34}\right) = 8.7675 \times 10^{-2} \text{ rad} = 5.02^\circ$$

α_{2z} : ángulo de salida del álabe

$\delta = \beta_{2\infty} - \beta_{2z} = 4.36^\circ - 3.82^\circ = 0.54^\circ$ ángulo de desviación de la corriente relativa debido al remolino relativo.

c) Ángulo real de la corriente absoluta a su llegada a la corona directriz.

El ángulo de salida del fluido α_{2z} no coincide con el ángulo de entrada en la directriz. Aunque se considere que $d_3 = d_2$ entre la salida del álabe y la entrada de la directriz se produce una expansión de flujo ya que el ancho de la entrada de la corona directriz b_3 es mayor que el ancho de salida del rodete b_2 (ver sección meridional).

Para determinar la velocidad a la entrada de la corona directriz c_3 conocida la velocidad absoluta a la salida del rodete c_{2z} nos basaremos en el cumplimiento de la ecuación de continuidad y conservación del momento cinético.

Al despreciar el caudal de fugas el caudal que sale del rodete es el que entra en la corona directriz, por tanto:

$$c_{2m} 2\pi d_2 b_2 = c_{3m} 2\pi d_3 b_3 + \underbrace{q_e + q_i}_0 \implies c_{3m} = c_{2m} \frac{d_2 b_2}{d_3 b_3} = \dots$$

$$\dots = c_{2m} \frac{1.7}{b_3} = 1.7 \frac{1}{1.05} = 1.57 \frac{m}{s}$$

La conservación del momento cinético entre la salida del rodete y la entrada en la corona directriz

$$c_{2zu} \frac{d_2}{2} = c_{3u} \frac{d_3}{2} \implies c_{3u} = c_{2zu} = 19.34 \frac{m}{s}$$

Con lo que ya podemos determinar el ángulo de entrada en la corona de álabes directrices α_3

$$\alpha_3 = \arctan \left(\frac{c_{3m}}{c_{3u}} \right) = \arctan \left(\frac{1.57}{19.37} \right) = 8.1297 \times 10^{-2} \text{rad} = 4.65^\circ$$

d) Para calcular la altura de presión recuperada en la corona directriz emplearemos la ecuación de Bernoulli generalizada entre la sección de entrada (3) y salida (4).

$$\frac{p_3}{\rho g} + \frac{c_3^2}{2g} = \frac{p_4}{\rho g} + \frac{c_4^2}{2g} + \Delta H_{r_{3 \rightarrow 4}}$$

Nos dan el dato de que las pérdidas en la corona directriz son el 20% de la energía recuperable en la misma $\implies \Delta H_{r_{3 \rightarrow 4}} = 0.2 \left(\frac{c_3^2}{2g} - \frac{c_4^2}{2g} \right)$.

$$c_3 \begin{cases} c_{3u} = 19.34 m/s \\ c_{3m} = 1.57 m/s \end{cases}$$

$$c_4 \begin{cases} c_{4u} = c_{3u} \frac{r_3}{r_4} = 19.34 \frac{150}{180} = 16.11 m/s \\ c_{4m} = c_{3m} \frac{r_3}{r_4} = 1.57 \frac{150}{180} = 1.31 m/s \end{cases}$$

$$c_3^2 = 19.34^2 + 1.57^2 = 376.31$$

$$c_4^2 = 16.11^2 + 1.31^2 = 261.33$$

$$\frac{\Delta p_{ideal}}{\rho g} = \frac{c_3^2}{2g} - \frac{c_4^2}{2g} = \frac{376.31}{2 \cdot 9.81} - \frac{261.33}{2 \cdot 9.81} = 5.86 m$$

$$\Delta H_{r_{3 \rightarrow 4}} = 0.2 \left(\frac{c_3^2}{2g} - \frac{c_4^2}{2g} \right) = 0.2 \cdot 5.86 = 1.17 m$$

$$\frac{\Delta p_{recuperada}}{\rho g} = \frac{\Delta p_{ideal}}{\rho g} - \Delta H_{r_{3 \rightarrow 4}} = 5.86 - 1.17 = 4.69 m$$

e) Para el cálculo del incremento de presión en el rodete se empleará la ecuación de Bernoulli generalizada entre las secciones de entrada y salida del rodete.

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{c_1^2}{2g} + H_{tz} - H_{r_{1 \rightarrow 2}} = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{c_{2z}^2}{2g}$$

Nos dan el dato de que las pérdidas en el rodete: $H_{r_{1 \rightarrow 2}} = 0.05H = 0.05 \cdot 75 = 4.9 m$

Como la velocidad de flujo se mantiene constante a lo largo del rodete: $c_1 = c_{1m} = c_{2m} = 1.7 m/s$

$$c_{2z}^2 = c_{2zu}^2 + c_{2zm}^2 = 19.41^2 + 1.7^2 = 379.61 \frac{m^2}{s^2}$$

$$\frac{p_2}{\rho g} - \frac{p_1}{\rho g} = H_{rz} - \left(\frac{c_{2z}^2 - c_1^2}{2g} \right) - H_{r.1 \rightarrow 2} = \dots$$

$$\dots = 88.24 - \left(\frac{379.61 - 1.7^2}{2 \cdot 9.81} \right) - 4.9 = 65.43 \text{ m}$$

Se han resuelto todos los apartados, pero aunque no lo pida el enunciado siempre es una buena práctica en ingeniería realizar un balance energético y analizar las pérdidas que se producen.

La altura teórica bidimensional $H_{Iz}=88.24m$ nos da la energía mecánica que el rodete le comunica al fluido y que en caso de no haber pérdidas hidráulicas sería el incremento de energía mecánica comunicado al fluido entre la entrada y la salida de la bomba.

La altura útil nos da el incremento de energía mecánica real que la bomba le comunica al fluido entre las secciones de entrada y salida $H=75m$.

La diferencia entre la altura teórica y la altura útil nos da las pérdidas hidráulicas en la turbomáquina $H_{Iz}-H = 13.24m$. En el apartado e se calcularon las pérdidas de carga en la corona difusora $\Delta H_{r.3 \rightarrow 4} = 1.17m$. En el apartado e las pérdidas de carga en el rodete $H_{r.1 \rightarrow 2} = 4.9 \text{ m}$.

Debe notarse que el rendimiento hidráulico evalúa las pérdidas que se producen entre la entrada y la salida de la bomba y por tanto se debe cumplir:

$$H_{Iz} - H = 13.24 = \Delta H_{r.E \rightarrow 1} + \underbrace{\Delta H_{r.1 \rightarrow 2}}_{4.9m} + \underbrace{\Delta H_{r.3 \rightarrow 4}}_{1.17m} + \Delta H_{r.4 \rightarrow S}$$

aunque no se dispongan de datos para evaluar las pérdidas en la admisión, voluta o tubo difusor.

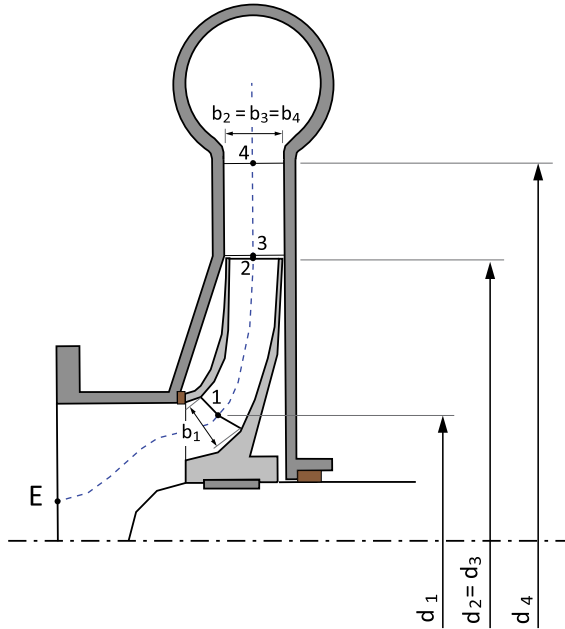


Figura 6.2: Bomba radial considerada.

B2.

Las dimensiones de una bomba centrífuga radial de agua instalada en carga con el eje de la bomba a $2m$ del nivel de agua en el depósito de aspiración, como se muestra en la figura 6.2, son las siguientes:

ENTRADA	ENTREHIERRO	VOLUTA
$\eta_{E \rightarrow 1} = 90\%$	$\eta_{Eh} = 100\%$	salida voluta = salida bomba
RODETE	CORONA DIRECTRIZ	SALIDA
$d_1 = 100 \text{ mm}$	$d_3 = 260 \text{ mm}$	$d_5 = 140 \text{ mm}$
$d_2 = 250 \text{ mm}$	$d_4 = 350 \text{ mm}$	
$b_1 = 50 \text{ mm}$	$b_3 = 20 \text{ mm}$	
$b_2 = 20 \text{ mm}$	$b_4 = b_3$	
$\beta_2 = 10^\circ$	$\tau_3 = \tau_4 = 1$	
$\alpha_1 = 90^\circ$	$\eta_{cd} = 60\%$	
$\Delta H_{r,1 \rightarrow 2} = 0.05H$		
$\tau_1 = \tau_2 = 1$		

Las características de la bomba en su punto de diseño son:

- $Q = 40\text{l/s}$; $H = 60\text{m}$; $n = 2850\text{rpm}$
- Pérdidas volumétricas despreciables
- Rendimiento hidráulico del 87%

Calcular:

- a. Triángulos de velocidades a la salida para la teoría unidimensional y bidimensional.
- b. Desviación de la corriente relativa a la salida del álabe.
- c. Factor de disminución de trabajo.
- d. Incremento de presión en la corona directriz y su rendimiento.
- e. Presión en la entrada de los álabes de la bomba.
- f. Incremento de presión en la voluta y su rendimiento.

B2.Solución:

En la resolución de cualquier problema de turbomáquinas hidráulicas es imprescindible tener claro el recorrido del fluido a lo largo de la turbomáquina y para ello será conveniente dibujar un esquema en el que se muestre el recorrido del fluido y se indiquen las secciones de paso de flujo características de la turbomáquina. En la figura 6.2 se muestra la bomba, y una sección meridional en donde las secciones 1 y 2 son la entrada y salida de álabe y las secciones 3 y 4 son la entrada y salida de la corona de álabes directrices fijos.

- a) Lo primero que nos piden es el triángulo de velocidades a la salida. Se resolverán los triángulos de velocidades uni y bidimensional en la salida:

Infinitos álabes (teoría ideal unidimensional)

$$\begin{aligned}
 u_2 &= \frac{\pi D_2 n}{60} = \frac{\pi \cdot 0.250 \cdot 2850}{60} = 37.31 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\
 c_{2\infty m} &= c_{2zm} = \frac{Q}{\pi d_2 b_2 \eta_v} = \frac{0.04}{\pi \cdot 0.250 \cdot 0.02 \cdot 1} = 2.55 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\
 c_{2\infty u} &= u_2 - \frac{c_{2m}}{\tan(\beta_{2\infty})} = 37.31 - \frac{1.809}{\tan(9.75)} = 22.87 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\
 c_{2\infty} &= \sqrt{c_{2\infty m}^2 + c_{2\infty u}^2} = \sqrt{2.55^2 + 22.87^2} = 23.0 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\
 \beta_{2\infty} &= \beta_2 = 10^\circ \text{ ángulo constructivo de los álabes a la salida}
 \end{aligned}$$

Como la altura útil es dato y conocemos el rendimiento hidráulico podemos calcular H_{Iz} :

$$H_{Iz} = \frac{H}{\eta_h} = \frac{60}{0.87} = 68.97 \text{ m}$$

Z álabes (teoría ideal bidimensional)

$$u_2 = \frac{\pi D_2 n}{60} = \frac{\pi \cdot 0.250 \cdot 2850}{60} = 37.31 \frac{m}{s}$$

$$H_{Iz} = \frac{c_{2zu} u_2 - \overbrace{c_{1zu} u_1}^0}{g} = \frac{c_{2zu} u_2}{g} \implies c_{2zu} = \frac{H_{Iz} g}{u_2} = \frac{68.97 \cdot 9.81}{37.31} = 18.14 \frac{m}{s}$$

$$c_{2zm} = \frac{Q}{\pi d_2 b_2 \eta_v} = \frac{0.04}{\pi \cdot 0.250 \cdot 0.02 \cdot 1} = 2.55 \frac{m}{s}$$

$$c_{2z} = \sqrt{c_{2zm}^2 + c_{2zu}^2} = \sqrt{2.55^2 + 18.14^2} = 18.31 \frac{m}{s}$$

$$\beta_{2z} = \arctan\left(\frac{c_{2m}}{u_2 - c_{2zu}}\right) = \arctan\left(\frac{2.55}{37.31 - 18.31}\right) = 0.13205 \text{ rad} = 7.57^\circ$$

$$\alpha_{2z} = \arctan\left(\frac{c_{2m}}{c_{2zu}}\right) = \arctan\left(\frac{2.55}{18.14}\right) = 0.13950 \text{ rad} = 7.99^\circ$$

α_{2z} : ángulo de salida de la corriente absoluta

- b) Conocidos los triángulos de velocidades la desviación de la corriente relativa a la salida del álabe

$$\Delta\beta = \beta_{2\infty} - \beta_{2z} = 10 - 7.57 = 2.43^\circ$$

- c) El factor de disminución de trabajo es por definición

$$e_z = \frac{H_{Iz}}{H_{I\infty}} = \frac{c_{2zu}}{c_{2\infty u}} = \frac{18.14}{22.86} = 0.793$$

- d) Para el cálculo del incremento de altura de presión y rendimiento de la corona directriz será necesario aplicar la ecuación de Bernoulli generalizada entre las secciones de entrada 3 y de salida 4 de la corona directriz. Nuevamente nos dicen que despreciemos el efecto debido al espesor de los álabes, por tanto no habrá reducción de la secciones de paso de flujo.

$$\frac{p_3}{\rho g} + \frac{c_3^2}{2g} = \frac{p_4}{\rho g} + \frac{c_4^2}{2g} + \Delta H_{r,3 \rightarrow 4}$$

Nos dan el dato de que las pérdidas en la corona directriz son el 35% de la energía recuperable en la misma $\implies \Delta H_{r,3 \rightarrow 4} = \eta_{c-d} \left(\frac{c_3^2}{2g} - \frac{c_4^2}{2g} \right)$

Como el triángulo de velocidades a la salida del rodete es conocido la velocidad a la entrada de la corona c_3 se obtiene de imponer el cumplimiento de la ecuación

de continuidad y de conservación del momento cinético a la corriente fluida entre las secciones 2 y 3:

$$c_{2m}2\pi d_2 b_2 = c_{3m}2\pi d_3 b_3 + \underbrace{q_e + q_i}_0 \implies c_{3m} = c_{2m} \frac{d_2 b_2}{d_3 b_3} = c_{2m} = 2.55 \frac{m}{s}$$

$$c_{2zu} \frac{d_2}{2} = c_{3u} \frac{d_3}{2} \implies c_{3u} = c_{2zu} = 18.14 \frac{m}{s}$$

$$\tan \alpha_3 = \frac{c_{3m}}{c_{3u}} = \frac{2.55}{18.14} = 0.1404$$

Al no haber separación entre rodete y corona directriz ni ensanchamiento en la corona directriz se cumple $c_3 = c_{2z}$.

$$c_3 \begin{cases} c_{3u} = 18.14 m/s \\ c_{3m} = 2.55 m/s \end{cases}$$

$$c_4 \begin{cases} c_{4u} = c_{3u} \frac{r_3}{r_4} = 18.14 \frac{130}{175} = 12.95 m/s \\ c_{4m} = c_{3m} \frac{r_3}{r_4} = 2.55 \frac{130}{175} = 1.82 m/s \end{cases}$$

$$c_3^2 = 18.14^2 + 2.55^2 = 335.36$$

$$c_4^2 = 12.95^2 + 1.82^2 = 171.10$$

$\frac{\Delta p_{\max_{c-d}}}{\rho g} = \frac{c_3^2}{2g} - \frac{c_4^2}{2g} = \frac{335.36}{2 \cdot 9.81} - \frac{171.10}{2 \cdot 9.81} = 8.37m$ Energía máxima recuperable en la corona directriz.

$\Delta H_{r_{3 \rightarrow 4}} = 0.4 \left(\frac{c_3^2}{2g} - \frac{c_4^2}{2g} \right) = 0.4 \cdot 8.37 = 3.35m$ Pérdidas en la corona directriz.

$\frac{\Delta p_{c-d}}{\rho g} = \frac{\Delta p_{\max_{c-d}}}{\rho g} - \Delta H_{r_{3 \rightarrow 4}} = 8.37 - 3.35 = 5.02m$ Incremento de altura de presión logrado en la corona directriz.

e) Para calcular la presión absoluta a la entrada de los álabes aplicaremos Bernoulli generalizado entre el nivel de aspiración de la bomba (A) y la entrada al rodete (1), asumiendo que las pérdidas entre la aspiración (A) y la entrada (E) son nulas, $\Delta H_{r_{A \rightarrow E}} \simeq 0$:

$$\frac{p_A}{\rho g} + \underbrace{\frac{c_A^2}{2g}}_{\simeq 0} + z_A = \frac{p_1}{\rho g} + \frac{c_1^2}{2g} + \underbrace{\Delta H_{r_{A \rightarrow E}}}_{\simeq 0} + \Delta H_{r_{E \rightarrow 1}}$$

como el rendimiento en la aspiración de la bomba hasta la entrada en los álabes es del 90% quiere decir que:

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{c_1^2}{2g} = \eta_{asp} \left(\frac{p_A}{\rho g} + \underbrace{\frac{c_A^2}{2g}}_{\approx 0} + z_A \right) = 0.9 \cdot \left(\frac{101325}{1000 \cdot 9.81} + 2 \right) = 11.1m$$

Como nos piden la presión absoluta a la entrada del rodete será necesario descontar el término cinético de la expresión anterior.

El caudal que circula por los canales del rodete puede expresarse:

$$\frac{Q}{\eta_v} = c_{1m} \pi d_1 b_1 = c_{1m} \pi d_1 b_1 \tau_1 = c_{2m} \pi d_2 b_2 = c_{2m} \pi d_2 b_2 \tau_2$$

Como se desprecia el efecto debido al espesor de los álabes $\tau = 1$ se cumple $c_{1m} = c_{2m} \frac{d_2 b_2}{d_1 b_1} = 2.55 \frac{250 \cdot 20}{100 \cdot 50} = 2.55 \frac{m}{s}$

Al ser la entrada de los alabes radial no habrá componente circunferencial y por tanto $c_{1m} = c_{1r} = 2.55 \frac{m}{s}$

$$\frac{p_1}{\rho g} = \eta_{asp} \left(\frac{p_A}{\rho g} + \underbrace{\frac{c_A^2}{2g}}_{\approx 0} + z_A \right) - \frac{c_1^2}{2g} = 11.1 - \frac{2.55^2}{2 \cdot 9.81} = 10.77m$$

f) Para calcular la presión absoluta a la salida de los álabes aplicaremos Bernoulli generalizado entre la entrada y la salida de los álabes:

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{c_1^2}{2g} + H_{t_z} - \Delta H_{R_{1 \rightarrow 2}} = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{c_{2z}^2}{2g}$$

Las pérdidas en el rodete son un dato $\Delta H_{R_{1 \rightarrow 2}} = 0.05H$, reordenando y sustituyendo nos queda:

$$\frac{p_2}{\rho g} = \frac{p_1}{\rho g} + \left(\frac{c_1^2}{2g} - \frac{c_{2z}^2}{2g} \right) + H_{t_z} - \Delta H_{R_{1 \rightarrow 2}} = \frac{p_1}{\rho g} + \left(\frac{c_1^2}{2g} - \frac{c_{2z}^2}{2g} \right) + H_{t_z} - 0.05H =$$

$$\dots = 10.77 + \left(\frac{2.55^2}{2 \cdot 9.81} - \frac{18.31^2}{2 \cdot 9.81} \right) + 68.97 - 0.05 \cdot 60 = 59.97m$$

$$\Delta p_{rod} = 59.97 - 10.77 = 49.20m$$

- g) Para calcular el incremento de presión en la voluta expresaremos la ecuación de Bernoulli entre la sección de entrada de la voluta (coincidente con la salida de la corona directriz (4) y la salida de la voluta (coincidente con la sección de salida de la bomba (S) porque la bomba no tiene como difusor)

$$\frac{p_4}{\rho g} + \frac{c_4^2}{2g} - \Delta H_{R_4 \rightarrow S} = \frac{p_s}{\rho g} + \frac{c_s^2}{2g}$$

No se dispone de ningún dato para evaluar las pérdidas en la voluta $\Delta H_{R_4 \rightarrow S}$ y por tanto no se puede determinar p_s con esta ecuación. Lo que si se puede calcular es la máxima presión recuperable en la voluta suponiendo que no hay pérdidas.

$$\frac{\Delta p_{\max_rec_voluta}}{\rho g} = \frac{c_4^2}{2g} - \frac{c_s^2}{2g} = \frac{171.1}{2 \cdot 9.81} - \frac{3.01^2}{2 \cdot 9.81} = 8.38m$$

ya que

$$c_s = \frac{Q}{A_s} = \frac{Q \cdot 4}{\pi \cdot d_s^2} = \frac{0.04 \cdot 4}{\pi \cdot 0.14^2} = 2.60 \frac{m}{s}$$

Para calcular la recuperación en la voluta acudiremos a la definición de la altura útil.

$$H = \left(\frac{p_s}{\rho g} + \frac{c_s^2}{2g} + z_s \right) - \left(\frac{p_E}{\rho g} + \frac{c_E^2}{2g} + z_E \right) \simeq \frac{p_s}{\rho g} - \frac{p_E}{\rho g}$$

El incremento de presión en la bomba puede desglosarse en:

$$H \simeq \frac{p_s}{\rho g} - \frac{p_E}{\rho g} = \frac{-\Delta p_{E \rightarrow 1} + \Delta p_{rod} + \Delta p_{c-d} + \Delta p_{voluta}}{\rho g}$$

en donde la diferencia de presión entre la entrada (E) y la entrada al rodete (1), $\Delta p_{E \rightarrow 1}$, se calcula partiendo del balance definido en el apartado e:

$$\Delta H_{r,E \rightarrow 1} = \frac{\Delta p_{E \rightarrow 1}}{\rho g} = \frac{P_A}{\rho g} + \underbrace{\frac{c_A^2}{2g}}_{\simeq 0} + z_A - \left(\frac{p_1}{\rho g} + \frac{c_1^2}{2g} \right) = 1.23m$$

despejando las pérdidas en la voluta, se tiene:

$$\frac{\Delta p_{voluta}}{\rho g} = H - \frac{-\Delta p_{E \rightarrow 1}}{\rho g} - \frac{\Delta p_{rod}}{\rho g} - \frac{\Delta p_{c-d}}{\rho g} = 60 - (-1.23) - 49.20 - 5.02 = 7.0m$$

con lo que el rendimiento de la voluta será:

$$\eta_{voluta} = \frac{\Delta p_{voluta}}{\Delta p_{\max_rec_voluta}} = \frac{7.0}{8.38} = 0.835$$

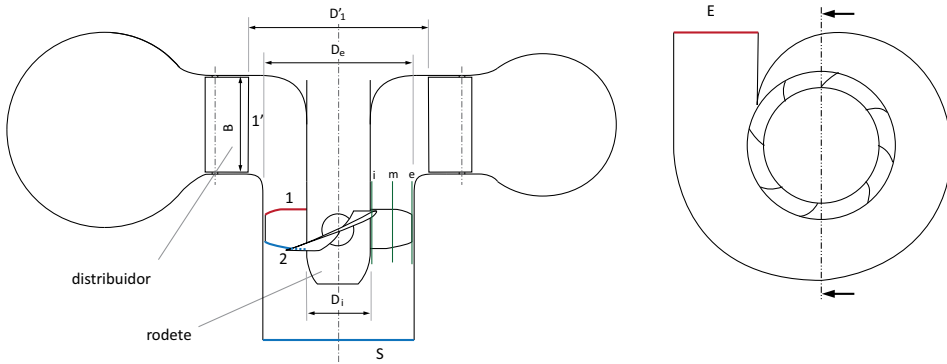


Figura 6.3: Sección meridional y transversal de una turbina Kaplan.

T1. Para una turbina Kaplan instalada en una central hidroeléctrica, como se muestra en la figura 6.3, donde los datos en el punto de diseño son los siguientes: La altura/salto neto $H = 17.5\text{ m}$, el caudal a la entrada $Q = 478\text{ m}^3/\text{s}$, $n = 68.2\text{ rpm}$ y la potencia de accionamiento $P_a = 10^5\text{ CV}$. Las dimensiones del rodete son: $D = 8.4\text{ m}$ y el diámetro del cubo es de 3.4 m . La velocidad absoluta de salida del rodete se prevé para estas condiciones de funcionamiento paralela al eje de giro y el rendimiento hidráulico estimado es $\eta_h = 0.944$. Considérese $\eta_v = 1$.

- Calcular los triángulos de velocidades a la entrada y salida del rodete en los tres puntos siguientes: en el extremo del álabe ($D_{ext} = D = 8.4\text{ m}$), en el interior del álabe ($D_{int} = 3.4\text{ m}$) y en el diámetro medio del álabe D_m .
- Los álabes directrices tienen una inclinación tal que obligan al flujo a salir del distribuidor formando 38° con el radio. Si el diámetro a la salida del distribuidor es $D_{1'} = 9.2\text{ m}$, calcular la velocidad de salida del distribuidor $c_{1'}$ y la altura del álabe.
- Calcular la energía entregada por el flujo al rodete, la parte de ella entregada en forma de energía cinética y el grado de reacción.
- Potencia disipada por pérdidas mecánicas. Rendimiento total.
- Calcular la velocidad específica n_s .

	1'	salida de la corona directriz	e	exterior del álabe
Nomenclatura:	1	entrada rodete	m	media del álabe
	2	salida rodete	i	interior del álabe

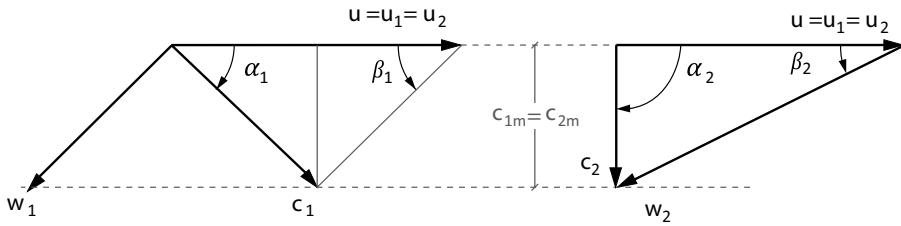


Figura 6.4: Triángulos de velocidades de entrada y salida a una distancia r .

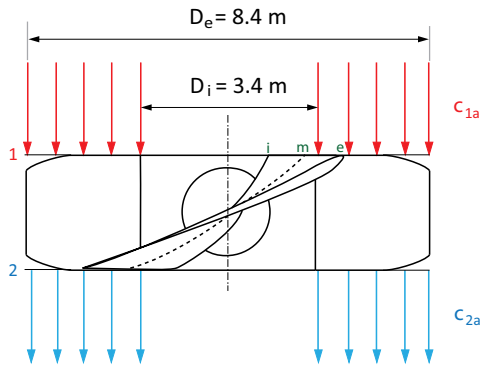


Figura 6.5: Componente axial de la velocidad en las secciones 1 y 2.

T1. Solución:

a) Componente axial c_a en el rodete.

Al considerar rendimiento volumétrico $\eta_v = 1$ el caudal en la entrada Q (caudal susceptible de ser turbinado o caudal absorbido) es igual al caudal turbinado Q_t

$$= Q - \underbrace{q_e}_0 - \underbrace{q_i}_0$$

La aplicación de la ecuación de continuidad entre la entrada de la turbina (E) y la entrada del rodete (1) (suponiendo velocidad de flujo uniforme en la entrada del rodete)

$$Q = \frac{\pi(D_{ext}^2 - D_{int}^2)}{4} \cdot c_{1a}; \quad 478 = \frac{\pi(8.4^2 - 3.4^2)}{4} \cdot c_{1a}$$

$$c_{1a} = 10.3 \text{ m/s}$$

La aplicación de la ecuación de continuidad entre la entrada (1) y la salida del rodete (2)

$$\frac{\pi(D_{ext}^2 - D_{int}^2)}{4} \cdot c_{1a} = \frac{\pi(D_{ext}^2 - D_{int}^2)}{4} \cdot c_{2a}$$

y como el área de paso de flujo en la entrada y salida del rodete es la misma, se tiene $c_{2a} = c_{1a}$.

En las turbomáquinas axiales se considera que la componente radial de la velocidad en el rodete es nula. Al ser nula en todo el rodete en general lo será en particular en las secciones de entrada y salida $c_{1r} = c_{2r} = 0$. El enunciado del problema dice que en el punto de diseño óptimo, la velocidad absoluta de salida del rodete se prevé paralela al eje de giro, por lo tanto $c_2 = c_{2a}$ ($c_{2u} = 0$).

Velocidad tangencial (por ser axial, $u_1 = u_2 = u$)

$$u = \omega r = \frac{\pi D n}{60} = \frac{\pi \cdot D \cdot 68.2}{60} = 3.57 \cdot D = 7.14 \cdot r$$

$$u_e = 30.00 \text{ m/s}$$

$$u_m = 21.06 \text{ m/s}$$

$$u_i = 12.14 \text{ m/s}$$

Componente tangencial c_{1u}

Teniendo en cuenta que la altura teórica $H_t = H \cdot \eta_h$ y haciendo uso de la ecuación de Euler:

$$H_t = \frac{c_{1u} \cdot u_1 - c_{2u} \cdot u_2}{g}$$

se obtiene ($c_{2u} = 0$ y por ser axial $u_1 = u_2 = u$)

$$c_{1u} = \frac{H \cdot \eta_h \cdot g}{u} = \frac{17.5 \cdot 0.944 \cdot 9.81}{7.14 \cdot r} = \frac{22.7}{r}$$

$$c_{1ue} = 5.40 \text{ m/s}$$

$$c_{1um} = 7.69 \text{ m/s}$$

$$c_{1ui} = 13.35 \text{ m/s}$$

	Velocidad absoluta $c_1 = \sqrt{c_{1a}^2 + c_{1u}^2}$	Ángulo β_1 $\tan \beta_1 = \frac{c_{1a}}{u - c_{1u}}$	Velocidad relativa w_1 $w_1 = \frac{c_{1a}}{\sin \beta_1}$
e	$c_{1e} = 11.63 \text{ m/s}$	$\tan \beta_{1e} = 0.419$	$\beta_{1e} = 22.7$
m	$c_{1m} = 12.86 \text{ m/s}$	$\tan \beta_{1m} = 0.770$	$\beta_{1m} = 37.6$
i	$c_{1i} = 16.86 \text{ m/s}$	$\tan \beta_{1i} = -8.55$	$\beta_{1i} = 96.7$

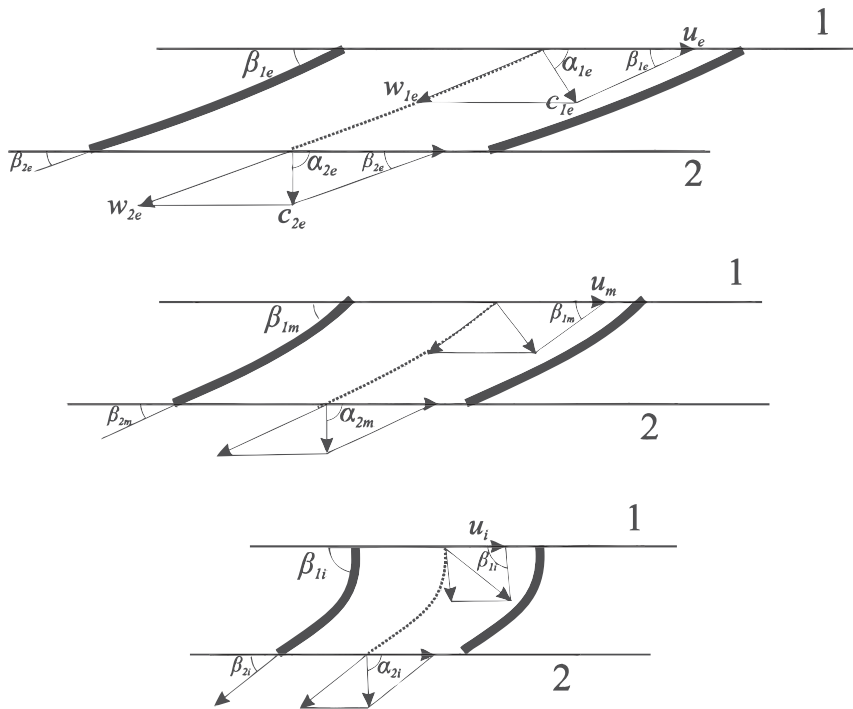


Figura 6.6: Desarrollo cilíndrico de los álabes.

	Velocidad absoluta	Ángulo		Velocidad relativa w_2
	$c_2 = \sqrt{c_{2a}^2 + c_{2u}^2}$	β_2	β_2	$w_2 = \frac{c_{2a}}{\sin \beta_2}$
e	$c_{2e} = 10.3 \text{ m/s}$	$\tan \beta_{2e} = 0.343$	$\beta_{2e} = 18.9^\circ$	$w_{2e} = 31.8 \text{ m/s}$
m	$c_{2m} = 10.3 \text{ m/s}$	$\tan \beta_{2m} = 0.489$	$\beta_{2m} = 26.1^\circ$	$w_{2m} = 23.4 \text{ m/s}$
i	$c_{2i} = 10.3 \text{ m/s}$	$\tan \beta_{2i} = 0.848$	$\beta_{2i} = 40.3^\circ$	$w_{2i} = 15.9 \text{ m/s}$

En el desarrollo cilíndrico de los álabes (figura 6.6) pueden observarse los triángulos de velocidad en verdadera magnitud. Nótese como los ángulos β_1 y β_2 que forma la corriente relativa con la velocidad periférica son coincidentes con los ángulos constructivos del rodete. (Teoría unidimensional, sin imperfecciones de guiado). En las turbinas por ser el flujo a favor del gradiente de presión, el campo de velocidades dado por la teoría unidimensional no difiere significativamente del campo de velocidades dado por la teoría para un número finito de álabes. Por eso en turbinas es habitual suponer $H_{Iz} \simeq H_{I\infty}$.

b)

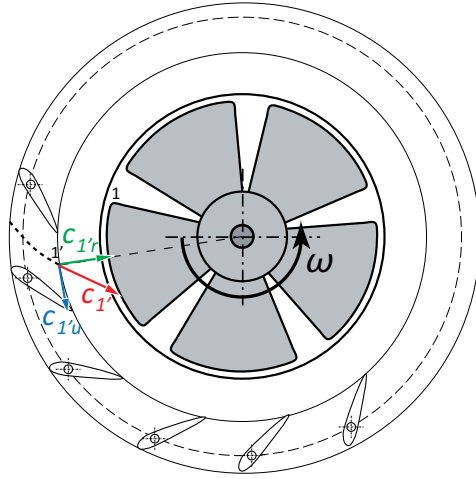


Figura 6.7: Sección radial de la turbina mostrando la velocidad de salida de la corona directriz c_1 y sus proyecciones en la componente radial c_{1r} y periférica c_{1u} .

Entre las secciones de salida del distribuidor $1'$ y la entrada en el rodete 1 la corriente fluida no varía su momento cinético por tanto se cumple la ecuación de vórtice libre:

$$c_{1u}r_{1'} = c_{1u}r_1 = c_{1e}r_{1e} = c_{1m}r_{1m} = c_{1i}r_{1i}$$

$$c_{1u} \cdot 4.6 = 22.70 \Rightarrow c_{1u} = 4.93 \text{ m/s}$$

Conocida la componente circunferencial y el ángulo $\theta_{1'} = 38^\circ$ ¹ se tiene la componente radial.

La velocidad de salida del distribuidor $c_{1'} = \frac{c_{1u}}{\sin \theta_{1'}} = \frac{4.93}{\sin 38^\circ} = 8.0 \text{ m/s}$.

La altura $b_{1'}$ del álabe distribuidor a la salida (despreciando el espesor $\tau_{1'} \simeq 1$)

$$Q = \pi D_{1'} b_{1'} \tau_{1'} c_{1'}$$

$$b_{1'} = \frac{Q}{\pi D_{1'} \tau_{1'} c_{1'}} = \frac{478}{\pi \cdot 9.2 \cdot 1 \cdot 6.3} = 2.63 \text{ m}$$

c) La ecuación de Euler para las turbomáquinas motoras expresa que el flujo le transmite un par de rotación al rodete igual a la variación de la cantidad de movimiento del fluido entre las secciones de entrada 1 y salida 2 del rodete

¹ $\alpha_{1'} = 90 - \theta_{1'} = 52$

$$M_{\text{fluido} \rightarrow \text{rodete}} = \rho Q_t (c_{1u} r_1 - c_{2u} r_2)$$

$$\text{Pot}_{\text{fluido} \rightarrow \text{rodete}} = \rho Q_t (c_{1u} u_1 - c_{2u} u_2)$$

$\frac{\text{Pot}_{\text{fluido} \rightarrow \text{rodete}}}{\rho Q_t} = c_{1u} u_1 - c_{2u} u_2 = gH_t$. Donde gH_t es la potencia que el fluido le comunica al rodete por unidad de flujo másico que pasa por el rodete, $H_t = H \cdot \eta_h = 17.5 \cdot 0.944 = 16.52 \text{ m}$ es la energía mecánica (expresada en forma de altura) que el fluido le comunica al rodete. La energía cinética H_c y de presión H_p que el fluido le entrega al rodete son:

$$H_c = \frac{c_1^2}{2g} - \frac{c_2^2}{2g} \qquad H_p = H_t - H_c$$

e	$H_{c_e} = \frac{11.63^2}{2 \cdot 9.81} - \frac{10.3^2}{2 \cdot 9.81} = 1.49 \text{ m}$	$H_{p_e} = 16.52 - 1.48 = 15.03 \text{ m}$
m	$H_{c_m} = \frac{12.86^2}{2 \cdot 9.81} - \frac{10.3^2}{2 \cdot 9.81} = 3.02 \text{ m}$	$H_{p_m} = 16.52 - 3.02 = 13.50 \text{ m}$
i	$H_{c_i} = \frac{16.86^2}{2 \cdot 9.81} - \frac{10.3^2}{2 \cdot 9.81} = 9.08 \text{ m}$	$H_{p_i} = 16.52 - 9.08 = 7.44 \text{ m}$

$$\varepsilon = \frac{H_p}{H_t}$$

e	$\varepsilon_e = \frac{15.04}{16.52} = 0.910$
m	$\varepsilon_m = \frac{13.50}{16.52} = 0.817$
i	$\varepsilon_i = \frac{7.44}{16.52} = 0.450$

d) Primeramente se calculará el rendimiento total de la turbina.

$$\eta_t = \frac{P_a}{P_{\text{absorbida}}} = \frac{P_a}{\rho g Q H} = \frac{10^5 \cdot 735.5}{1000 \cdot 9.81 \cdot 478 \cdot 17.5} = 0.897$$

El rendimiento total da cuenta de las pérdidas volumétricas, hidráulica y mecánicas $\eta_t = \eta_v \cdot \eta_h \cdot \eta_{mec} \Rightarrow \eta_{mec} = \frac{\eta_t}{\eta_v \cdot \eta_h} = \frac{0.897}{1 \cdot 0.944} = 0.950$

Las pérdidas mecánicas se obtienen como la diferencia entre la potencia interna y la potencia de accionamiento:

$$P_{mec} = P_{\text{interna}} - P_a = \frac{P_a}{\eta_{mec}} - P_a = \frac{1 - \eta_{mec}}{\eta_{mec}} P_a = \frac{1 - 0.95}{0.95} P_a = 0.0526 \cdot P_a$$

e) Los datos del problema son para la turbina trabajando en su punto de diseño:

El número específico de revoluciones de Camerer viene dado por:

$$n_s = \left. \frac{n \cdot P_a^{1/2}}{H^{5/4}} \right\}_{\text{diseño}} = \frac{68.2 \cdot \sqrt{10^5}}{17.5^{5/4}} = 602 \text{ (dimensional)}$$

en donde $[n] = \text{rpm}$, $[P_a] = \text{CV}$ y $[H] = \text{m}$

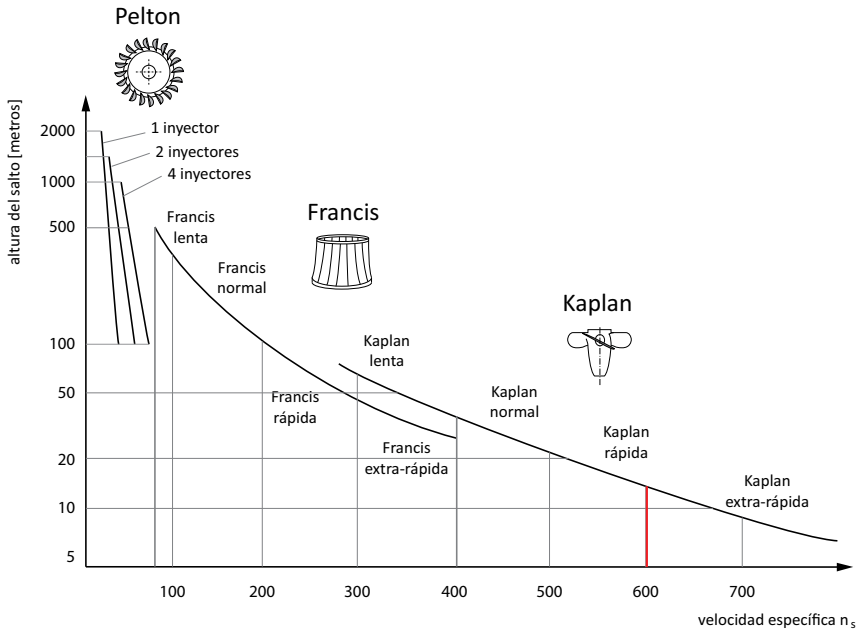


Figura 6.8: Selección de la turbina en función de la velocidad específica.

T2. En un banco de ensayos, el modelo de una turbina Francis da en condiciones de rendimiento óptimo los siguientes resultados: $H = 6.5\text{m}$, $Q = 206.5\text{l/s}$, $n = 750\text{rpm}$, $P_a = 16.10\text{CV}$ (11.84kW).

- Calcúlese el rendimiento global y la velocidad específica.
- También en condiciones óptimas, calcúlese n , Q , P_a si colocamos la turbina en un salto neto de 26m .
- Si la escala de la turbina ensayada es $\lambda = 6$, calcúlese η , n , Q , P_a del prototipo, si $H = 58.5\text{m}$.

T2.Solución:

- a) rendimiento global o total:

$$\eta_t = \frac{P_a}{P_{\text{absorbida}}} = \frac{P_a}{\rho g Q H} = \frac{11840}{1000 \cdot 9.81 \cdot 0.2065 \cdot 6.5} = 0.899$$

velocidad específica n_s (Camerer)

$$n_s = \left. \frac{n \cdot P_a^{1/2}}{H^{5/4}} \right\}_{\text{diseño}} = \frac{750 \cdot \sqrt{16.10}}{6.5^{5/4}} = 290 \quad (\text{dimensional})$$

velocidad específica n_0 (adimensional)

$$n_0 = \left. \frac{\omega \cdot Q^{1/2}}{(gH)^{3/4}} \right\}_{\text{diseño}} = \frac{2\pi \cdot 750}{60} \cdot \frac{\sqrt{0.2065}}{(9.81 \cdot 6.5)^{3/4}} = 1.58 \quad (\text{adimensional})$$

b) Partiendo de las leyes de semejanza dinámica restringida, vistas en la sección 2.9, y suponemos iguales el rendimiento mecánico de modelo y prototipo se tendría:

<p>Bombas</p> $\frac{gH}{\omega^2 D^2} \simeq \beta_1 \left(\frac{Q}{\omega D^3} \right)$ $\frac{P}{\rho \omega^3 D^5} \simeq \beta_2 \left(\frac{Q}{\omega D^3} \right)$ $\eta \simeq \beta_3 \left(\frac{Q}{\omega D^3} \right)$	<p>Turbinas</p> $\frac{Q}{D^2 \sqrt{gH}} \simeq \tau_1 \left(\frac{\omega D}{\sqrt{gH}} \right)$ $\frac{P_a}{\rho (gH)^{3/2} D^2} \simeq \tau_2 \left(\frac{\omega D}{\sqrt{gH}} \right)$ $\eta \simeq \tau_3 \left(\frac{\omega D}{\sqrt{gH}} \right)$
---	--

MODELO	$\lambda = \frac{D_p}{D_m} = 1$	PROTOTIPO
rendimiento óptimo		
$H_m = 6.5 \text{ m}$		$H_p = 26 \text{ m}$
$Q_m = 206.5 \text{ l/s}$		$Q_p = ?$
$n_m = 750 \text{ rpm}$		$n_p = ?$
$P_{a,m} = 16.10 \text{ CV}$		$P_{a,p} = ?$
$\eta_m = 0.899$		$\eta_p = ?$
$n_{s,m} = 290$		$n_{s-p} = ?$

<p>Turbinas</p> $\frac{Q}{D^2 \sqrt{gH}} \simeq \tau_1 \left(\frac{\omega D}{\sqrt{gH}} \right)$ $\frac{P_a}{\rho (gH)^{3/2} D^2} \simeq \tau_2 \left(\frac{\omega D}{\sqrt{gH}} \right)$ $\eta \simeq \tau_3 \left(\frac{\omega D}{\sqrt{gH}} \right)$
--

Para que haya semejanza entre modelo y prototipo es necesario forzar a que los números adimensionales independientes de modelo y prototipo sean iguales:

$$\frac{\omega_m D_m}{\sqrt{gH_m}} = \frac{\omega_p D_p}{\sqrt{gH_p}} \Rightarrow n_p = n_m \frac{D_m}{D_p} \sqrt{\frac{H_p}{H_m}} = n_m \frac{1}{\lambda} \sqrt{\frac{H_p}{H_m}} = 750 \cdot \frac{1}{1} \cdot \sqrt{\frac{26}{6.5}} = 1500 \text{ rpm}$$

Quiere decir que con $H_p = 26$, el número de revoluciones del prototipo tiene que ser de $1500rpm$ para que exista semejanza con el modelo.

Al existir semejanza entre modelo y prototipo se cumple $\eta_p = \eta_m = 0.899$ y también $n_{s-p} = n_{s-m} = 290$.

Para calcular el caudal del prototipo sabemos que se cumple:

$$\frac{Q_m}{D_m^2 \sqrt{gH_m}} = \frac{Q_p}{D_p^2 \sqrt{gH_p}} \Rightarrow Q_p = Q_m \frac{D_p^2}{D_m^2} \sqrt{\frac{H_p}{H_m}} = Q_m \lambda^2 \sqrt{\frac{H_p}{H_m}} = 206.5 \cdot 1^2 \cdot \sqrt{\frac{26}{6.5}} = 413 \text{ l/s}$$

Para calcular la potencia en el eje del prototipo sabemos que se cumple:

$$\frac{P_{a_m}}{\rho(gH_m)^{3/2} D_m^2} = \frac{P_{a_p}}{\rho(gH_p)^{3/2} D_p^2} \Rightarrow P_{a_p} = P_{a_m} \cdot \lambda^2 \cdot \left(\frac{H_p}{H_m}\right)^{3/2} = 16.1 \cdot 1^2 \cdot \left(\frac{26}{6.5}\right)^{3/2} = 128.8 \text{ CV}$$

c)

MODELO	$\lambda = \frac{D_p}{D_m} = 6$	PROTOTIPO
rendimiento óptimo		
$H_m = 6.5 \text{ m}$		$H_p = 58.5 \text{ m}$
$Q_m = 206.5 \text{ l/s}$		$Q_p = ?$
$n_m = 750 \text{ rpm}$		$n_p = ?$
$P_{a_m} = 16.10 \text{ CV}$		$P_{a-p} = ?$
$\eta_m = 0.899$		$\eta = ?$
$n_{s-m} = 290$		$n_{s-p} = ?$

Turbinas
$\frac{Q}{D^2 \sqrt{gH}} \simeq \tau_1 \left(\frac{\omega D}{\sqrt{gH}} \right)$
$\frac{P_a}{\rho(gH)^{3/2} D^2} \simeq \tau_2 \left(\frac{\omega D}{\sqrt{gH}} \right)$
$\eta \simeq \tau_3 \left(\frac{\omega D}{\sqrt{gH}} \right)$

Para que haya semejanza entre modelo y prototipo es necesario forzar a que los números adimensionales independientes de modelo y prototipo sean iguales:

$$\frac{\omega_m D_m}{\sqrt{gH_m}} = \frac{\omega_p D_p}{\sqrt{gH_p}} \Rightarrow n_p = n_m \frac{D_m}{D_p} \sqrt{\frac{H_p}{H_m}} = n_m \frac{1}{\lambda} \sqrt{\frac{H_p}{H_m}} = 750 \cdot \frac{1}{6} \cdot \sqrt{\frac{58.5}{6.5}} = 375.0 \text{ rpm}$$

Al existir semejanza entre modelo y prototipo se cumple $\eta_p = \eta_m = 0.899$ y también $n_{s-p} = n_{s-m} = 290$.

Para calcular el caudal del prototipo sabemos que se cumple

$$\frac{Q_m}{D_m^2 \sqrt{gH_m}} = \frac{Q_p}{D_p^2 \sqrt{gH_p}} \Rightarrow Q_p = Q_m \frac{D_p^2}{D_m^2} \sqrt{\frac{H_p}{H_m}} = Q_m \lambda^2 \sqrt{\frac{H_p}{H_m}} = \dots$$

$$\dots = 206.5 \cdot 6^2 \cdot \sqrt{\frac{58.5}{6.5}} = 22302 \text{ l/s} = 22.30 \text{ m}^3/\text{s}$$

Para calcular la potencia en el eje del prototipo sabemos que se cumple

$$\frac{P_{a_m}}{\rho (gH_m)^{3/2} D_m^2} = \frac{P_{a_p}}{\rho (gH_p)^{3/2} D_p^2} \Rightarrow P_{a_p} = P_{a_m} \cdot \lambda^2 \cdot \left(\frac{H_p}{H_m}\right)^{3/2} = \dots$$

$$\dots = 16.1 \cdot 6^2 \cdot \left(\frac{58.5}{6.5}\right)^{3/2} = 15649 \text{ CV}$$

Estos serían los resultados que obtenemos si aplicamos la semejanza hidrodinámica restringida. Cuando la relación de escala $\lambda > 1$ a veces se emplean teorías con base empírica para corregir que la semejanza geométrica no es total (acabados y holguras distintas entre modelo y prototipo, etc). Una fórmula empírica muy empleada para dar cuenta de estos efectos es la fórmula de Moody:

$$\frac{1 - \eta_m}{1 - \eta_p} = \lambda^{1/4} \Rightarrow \frac{1 - 0.899}{1 - \eta_p} = 6^{1/4} \Rightarrow \eta_p = 0.935$$

T3. De una turbina Francis de eje vertical, como la que se muestra en la figura 6.9, y en detalle en la figura 6.10, se conocen los datos siguientes: diámetro de entrada al rodete 45cm , ancho del rodete a la entrada 5cm , diámetro de salida del rodete 30cm , ancho a la salida del mismo, 7cm ; los álabes restan un 8% al área útil en la entrada; ángulo a la salida del distribuidor, 24° , ángulo a la entrada de los álabes del rodete, 85° , ángulo de salida de los álabes del rodete 30° ; las pérdidas hidráulicas en el interior de la turbina equivalen a 6m.c.a. , velocidad a la entrada de la turbina, 2m/s ; diferencia de altura piezométrica entre la entrada y salida de la turbina, 54m , rendimiento mecánico, 94% . La turbina carece de tubo de aspiración. Considerar las dimensiones de salida del distribuidor iguales a la entrada del rodete y el rendimiento volumétrico del 100% .

Calcular:

- Velocidad de giro
- Altura neta
- Altura útil
- Rendimiento hidráulico y total
- Caudal
- Potencia interna
- Potencia al freno

T3. Solución:

a)

datos geométricos

$$\alpha_1' = 24^\circ$$

$$D_1 = 45 \text{ cm}$$

$$b_1 = 5 \text{ cm}$$

$$\beta_1 = 85^\circ$$

$$\tau_1 = 0.92$$

$$D_2 = 30 \text{ cm}$$

$$b_2 = 7 \text{ cm}$$

$$\beta_2 = 30^\circ$$

datos de flujo

$$c_E = 2 \text{ m/s}$$

$$\Delta H_{r.E \rightarrow S} = 6 \text{ m.c.a.}$$

$$\left(\frac{P_E}{\rho g} + z_E \right) - \left(\frac{P_S}{\rho g} + z_S \right) = 54 \text{ m.c.a.}$$

$$\eta_{mec} = 0.94$$

$$\eta_v = 1$$

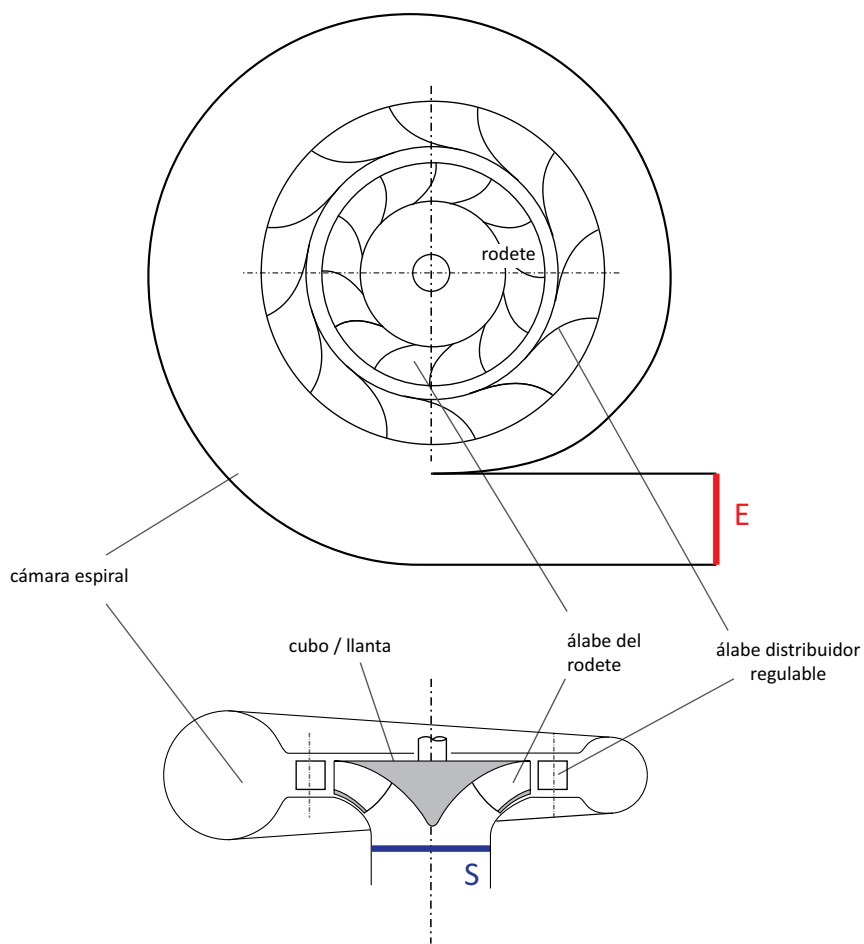


Figura 6.9: Secciones E y S para la turbina.

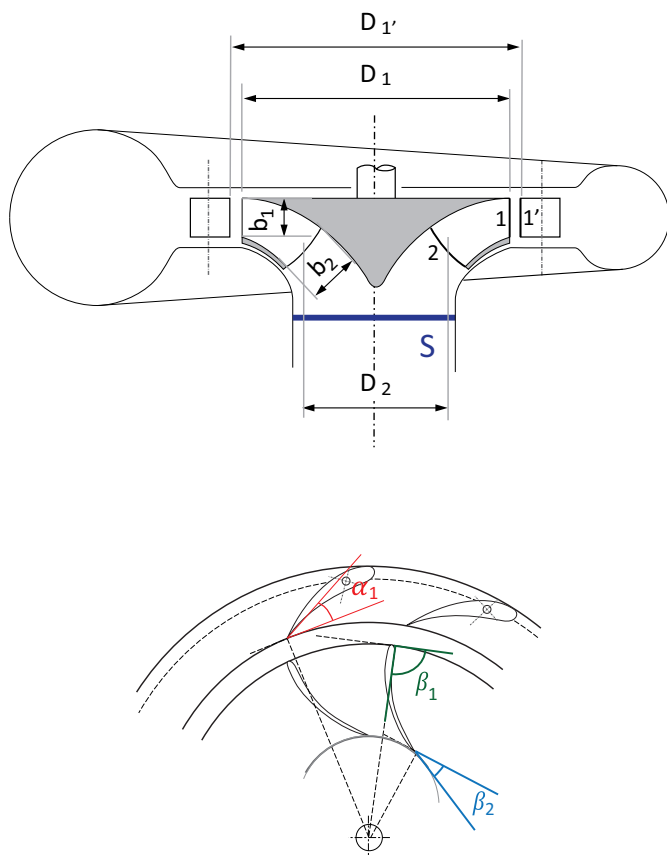


Figura 6.10: Dimensiones lineales y angulares de la turbina.

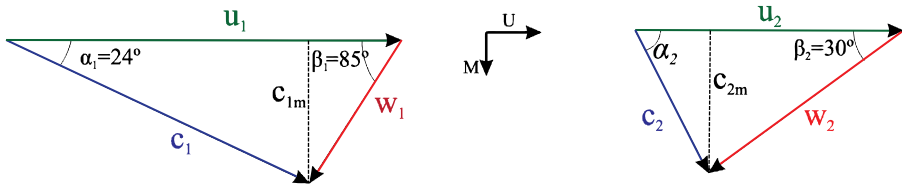


Figura 6.11: Triángulos de velocidades.

El enunciado del problema no facilita el diámetro a la salida del distribuidor. Consideraremos $r_{1'} = r_1$ (espesor del entrehierro despreciable) $\Rightarrow c_{1'u} = c_{1u}$. Despreciando el entrehierro, no se produce variación del momento cinético del fluido (ecuación de vórtice libre):

$$c_{1'u}r_{1'} = c_{1u}r_1$$

El caudal que sale del distribuidor Q , al no haber fugas externas ni internas, coincide con el caudal turbinado que pasa por el rodete:

$$Q = c_{1'r} \pi d_{1'} \underbrace{\tau_{1'}}_1 b_{1'} = c_{1'r} \pi d_1 \underbrace{\tau_1}_{0.92} b_1 + \underbrace{q_e}_0 + \underbrace{q_i}_0 = \underbrace{Q}_{\eta_v} \underbrace{\eta_v}_1 = Q_r$$

En $1'$ el alabe del distribuidor es afilado $\tau_{1'} = 1$.

Desconocemos también la altura del álabes distribuidor $b_{1'}$. Haremos la hipótesis de que $\underbrace{\tau_{1'}}_1 b_{1'} = \underbrace{\tau_1}_{0.92} b_1 \Rightarrow c_{1'r} = c_{1r}$.

Con esas hipótesis $c_{1'} = c_1$ y por tanto $\alpha_{1'} = \alpha_1$: el ángulo de salida del distribuidor $\alpha_{1'}$ coinciden con el ángulo de entrada de la corriente absoluta en el rodete α_1 .

Construimos los triángulos de velocidades con los datos disponibles.

Para calcular la velocidad de giro de la turbina necesito conocer la componente periférica u .

$$u = \omega r = \frac{2\pi n}{60} r \Rightarrow n = \frac{60u}{2\pi r}$$

Si nos fijamos en el triángulo de velocidades de la entrada, se conocen tan sólo 2 ángulos α_1 y β_1 . Tomo como parámetro c_{1m} y expreso los triángulos de velocidades en la entrada y salida en función de c_{1m} . Es decir $u_1 = c_{1u} + w_{1u} = \frac{c_{1m}}{\tan \alpha_1} + \frac{c_{1m}}{\tan \beta_1} = c_{1m} \left(\frac{1}{\tan \alpha_1} + \frac{1}{\tan \beta_1} \right) = c_{1m} \left(\frac{1}{\tan 24^\circ} + \frac{1}{\tan 85^\circ} \right) = 2.3335c_{1m}$

$$c_{1u} = \frac{c_{1m}}{\tan \alpha_1} = c_{1m} \frac{1}{\tan 24^\circ} = 2.246c_{1m}$$

$$c_1 = \sqrt{c_{1u}^2 + c_{1m}^2} = \sqrt{(2.246c_{1m})^2 + c_{1m}^2} = 2.46c_{1m}$$

$$u_2 = u_1 \frac{D_1}{D_2} = 2.3335 \frac{30}{45} c_{1m} = 1.5557c_{1m}$$

$$c_{2m} = \frac{\pi D_1 b_1 \tau_1}{\pi D_2 b_2 \tau_2} c_{1m} = \frac{45 \cdot 5 \cdot 0.92}{30 \cdot 7 \cdot 1} c_{1m} = 0.9857c_{1m}$$

$$c_{2u} = u_2 - w_{2u} = u_2 - \frac{c_{2m}}{\tan \beta_2} = 1.5557c_{1m} - \frac{0.9857c_{1m}}{\tan 30^\circ} = \left(1.5557 - \frac{0.9857}{\tan 30^\circ}\right) c_{1m} = -0.15158c_{1m}$$

$$c_2 = \sqrt{c_{2u}^2 + c_{2m}^2} = 0.9973c_{1m}$$

Ya tenemos expresados los triángulos de velocidades en función de c_{1m} . Hagamos uso de otros datos del enunciado.

La altura o salto neto H en las turbinas de reacción:

$$H = \left(\frac{p_E}{\rho g} + \frac{c_E^2}{2g} + z_E \right) - \left(\frac{p_S}{\rho g} + \frac{c_S^2}{2g} + z_S \right)$$

La turbina carece de tubo de aspiración. El enunciado nos dice que se considere como sección de salida de la turbina la sección de salida del rodete. Por tanto $S \equiv 2$.

Si separamos la altura o salto neto en la componente piezométrica y cinética se tiene:

$$H = \underbrace{\left(\frac{p_E}{\rho g} + z_E - \frac{p_S}{\rho g} - z_S \right)}_{54 \text{ m}} + \left(\frac{c_E^2}{2g} - \frac{c_S^2}{2g} \right) = \underbrace{\left(\frac{p_E}{\rho g} + z_E - \frac{p_2}{\rho g} - z_2 \right)}_{54 \text{ m}} + \left(\frac{c_E^2}{2g} - \frac{c_2^2}{2g} \right) = \dots$$

$$\dots = 54 + \left(\frac{2^2}{2 \cdot 9.81} - \frac{(0.9973c_{1m})^2}{2 \cdot 9.81} \right) = 54.2039 - 0.0507c_{1m}^2$$

Nos dan el dato de que las pérdidas hidráulicas en el interior de la turbina equivalen a $6m.c.a \Rightarrow \Delta H_{r_{E \rightarrow S}} = \Delta H_{r_{interiores}} = 6$

$$H = H_t + \Delta H_{r_{interiores}}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} H_t = \frac{c_{1u}u_1 - c_{2u}u_2}{g} = \frac{2.246c_{1m}2.3335c_{1m} - (-0.15158c_{1m})1.5557c_{1m}}{9.81} = 0.5583c_{1m}^2 \\ \Delta H_{r_interiores} = 6 \end{array} \right.$$

$$H = H_t + \Delta H_{r_interiores} = 0.5583c_{1m}^2 + 6$$

Igualando las dos expresiones del salto neto

$$\begin{aligned} 54.2039 - 0.0507c_{1m}^2 &= 0.5583c_{1m}^2 + 6 \\ 48.2039 &= 0.609c_{1m}^2 \\ c_{1m} &= \pm \sqrt{\frac{48.2039}{0.609}} = \pm 8.897 \text{ m/s} \Rightarrow c_{1m} = 8.897 \text{ m/s} \end{aligned}$$

Conocido c_{1m} conocemos todas las componentes de los triángulos de velocidad.

$$\begin{aligned} u_1 &= 2.3335c_{1m} = 2.3335 \cdot 8.897 = 20.76 \text{ m/s} \\ n &= \frac{60u_1}{\pi d_1} = \frac{60 \cdot 20.76}{\pi \cdot 0.45} = 881.2 \text{ rpm} \end{aligned}$$

b) La altura o salto neto $H = 54.2039 - 0.0507c_{1m}^2 = 54.2039 - 0.0507 \cdot 8.897^2 = 50.191 \text{ m}$

c) La altura útil en turbinas es la altura teórica $H_t = 0.5583c_{1m}^2 = 0.5583 \cdot 8.897^2 = 44.193 \text{ m}$

d) Rendimiento hidráulico $\eta_h = \frac{H_t}{H} = \frac{44.193}{50.191} = 0.8805$

Rendimiento total $\eta_t = \eta_h \eta_v \eta_{mec} = 0.8805 \cdot 1 \cdot 0.94 = 0.8277$

e) $Q = \pi D_1 b_1 \tau_1 c_{1m} = \pi \cdot 0.45 \cdot 0.05 \cdot 0.92 \cdot 8.897 = 0.5786 \text{ m}^3/\text{s}$

f) La potencia absorbida por la turbina es $P = \rho g Q H = 1000 \cdot 9.81 \cdot 0.5786 \cdot 50.191 = 2.8489 \times 10^5 \text{ W} = 0.285 \text{ MW}$

La potencia interna $P_{interna} = P \eta_{int} = P \eta_h \eta_v = 0.285 \cdot 0.8805 \cdot 1 = 0.251 \text{ MW}$

g) La potencia al freno, potencia de accionamiento o potencia en el eje $P_a = P_{interna} \eta_{mec} = 0.251 \cdot 0.94 = 0.236 \text{ MW}$

Anexo

Balance energético en una máquina de fluido

En la figura 6.12 se define un volumen de control cuya sección de entrada E y sección de salida S son coincidentes con los límites normalizados de la turbomáquina (brida de aspiración y brida de impulsión).

En base a los principios básicos de la Mecánica de Fluidos, se aplica la ecuación de conservación de la energía total en dicho volumen de control, para un sistema de referencia fijo a tierra.

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \int_{V_c} \rho \left(e + \frac{1}{2} v^2 + gz \right) + \int_{S_c} \rho \left(e + \frac{1}{2} v^2 + gz \right) [(\vec{v} - \vec{v}_c) \cdot \vec{n}] ds = \dots \\ \dots = - \int_{S_c} (p \vec{n} \cdot \vec{v}) ds + \int_{S_c} [(\vec{\tau} \cdot \vec{n}) \cdot \vec{v}] ds + \int_{S_c} \vec{q} \cdot \vec{n} ds + \int_{V_c} \dot{Q}_r dV \end{aligned} \quad (6.1)$$

Siendo:

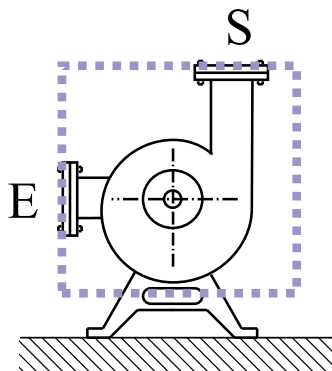


Figura 6.12: Volumen de control genérico de una máquina de fluido.

e	energía interna del fluido	$\frac{J}{kg}$
h	entalpía	$\frac{J}{kg}$
G	gasto másico	$\frac{kg}{s}$
Φ_v	función de disipación viscosa	W

Bajo las hipótesis de régimen estacionario y flujo uniforme en las secciones de entrada y salida, se obtiene:

$$\int_{S_c} \vec{q} \cdot \vec{n} ds + G_s(h + \frac{1}{2}v^2 + gz)_s - G_e(h + \frac{1}{2}v^2 + gz)_e = - \int_{S_m} (p \vec{n} \cdot \vec{v}_c) ds + \int_{S_m} [(\bar{\tau} \vec{n}) \cdot \vec{v}_c] ds + \int_{V_c} \dot{Q}_r dV \quad (6.2)$$

Aplicando la ecuación de continuidad (se supone $\eta_v = 1$), y notando que $-\int_{S_m} (p \vec{n} \cdot \vec{v}_c) ds + \int_{S_m} [(\bar{\tau} \vec{n}) \cdot \vec{v}_c] ds = \dot{W}$ es el trabajo por unidad de tiempo que realizan las paredes móviles sobre el fluido y denotando por $\dot{Q} = \int_{S_c} \vec{q} \cdot \vec{n} ds + \int_{V_c} \dot{Q}_r dV$ al calor recibido por el fluido a través de la superficie de control S_c y generado en su interior, respectivamente, se obtiene:

$$\rho_s(h + \frac{1}{2}v^2 + gz)_s - \rho_e(h + \frac{1}{2}v^2 + gz)_e = \frac{\dot{W} + \dot{Q}}{G} \quad (6.3)$$

De forma análoga, el cálculo del balance de energía interna en el mismo volumen de control conduce a:

$$e_s - e_e = \frac{\Phi_v + \dot{Q}}{G} \quad (6.4)$$

que expresa que la variación de la energía interna del fluido es debida a la disipación por efectos viscosos, al aporte de calor o ambos efectos.

Restando de la ecuación de la energía total, la de la energía interna, se obtiene la ecuación de la energía mecánica, (siendo $h = e + \frac{p}{\rho}$):

$$\left(\frac{p}{\rho} + \frac{1}{2}v^2 + gz\right)_s - \left(\frac{p}{\rho} + \frac{1}{2}v^2 + gz\right)_e = \frac{\dot{W} - \Phi_v}{G} \quad (6.5)$$

Reordenando:

$$\dot{W} = \rho g Q \left[\left(\frac{p}{\rho g} + \frac{1}{2} \frac{v^2}{g} + z\right)_s - \left(\frac{p}{\rho g} + \frac{1}{2} \frac{v^2}{g} + z\right)_e \right] + \Phi_v \quad (6.6)$$

El balance de la energía mecánica aplicado a la turbomáquina generadora indica que el trabajo que el rodete realiza sobre el fluido produce, por una parte el efecto

útil de incrementar la energía mecánica del fluido, mientras que otra parte se degrada en las pérdidas por disipación viscosa. Expresando la potencia que las partes móviles entregan al fluido como $\dot{W} = \rho g Q H_{Iz}$, y las pérdidas por efectos viscosos como $\Phi_v = \rho g Q \Delta H_{r_{E \rightarrow S}}$, se obtiene:

$$\left(\frac{p}{\rho g} + \frac{1}{2} \frac{v^2}{g} + z \right)_e + H_{Iz} - \Delta H_{r_{E \rightarrow S}} = \left(\frac{p}{\rho g} + \frac{1}{2} \frac{v^2}{g} + z \right)_s$$

Cuando se establece el balance energético en el rodete, puede resultar ventajoso utilizar un sistema de referencia solidario al rodete. Rodete, como el que se emplea en la deducción de la ecuación de Euler sección 2.5.2. El volumen de control contiene todo el fluido que circula por el rodete.

La ecuación de conservación de la energía total expresada en un sistema de referencia que gira con velocidad angular, debe considerar el trabajo de las fuerzas inerciales. Si el rodete gira con velocidad angular constante, la única fuerza que produce trabajo es la fuerza centrífuga, ya que la fuerza de Coriolis es perpendicular a la velocidad. Como además la fuerza centrífuga deriva de un potencial, al igual que la gravitatoria, se sustituye el trabajo que realizan sobre el fluido por la variación de energía potencial.

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \int_{V_c} \rho \left(e + \frac{1}{2} w^2 + gz - \frac{\Omega^2 r^2}{2} \right) + \int_{S_c} \rho \left(e + \frac{1}{2} w^2 + gz - \frac{\Omega^2 r^2}{2} \right) [(\vec{v} - \vec{v}_c) \cdot \vec{n}] ds = \\ = - \int_{S_c} (\rho \vec{n} \cdot \vec{w}) ds + \int_{S_c} [(\vec{\tau} \vec{n}) \cdot \vec{w}] ds + \int_{S_c} \vec{q} \cdot \vec{n} ds + \int_{V_c} \dot{Q}_r dV \end{aligned} \quad (6.7)$$

Asumiendo la validez de las hipótesis empleadas para la obtención de la ecuación 6.2 se obtiene:

$$\begin{aligned} \frac{G}{\eta_v} \left(h + \frac{1}{2} w^2 + gz - \frac{\Omega^2 r^2}{2} \right)_s - \frac{G}{\eta_v} \left(h + \frac{1}{2} w^2 + gz - \frac{\Omega^2 r^2}{2} \right)_e = \\ = - \int_{S_m} (\rho \vec{n} \cdot \vec{w}) ds + \int_{S_m} [(\vec{\tau} \vec{n}) \cdot \vec{w}] ds + \int_{S_c} \vec{q} \cdot \vec{n} ds + \int_{V_c} \dot{Q}_r dV \end{aligned} \quad (6.8)$$

La suma de los dos primeros términos es nula, $-\int_{S_m} (\rho \vec{n} \cdot \vec{w}) ds + \int_{S_m} [(\vec{\tau} \vec{n}) \cdot \vec{w}] ds = 0$, ya que la condición de no deslizamiento impone $\vec{w} = 0$ en las paredes físicas del rodete. Y $\int_{S_c} \vec{q} \cdot \vec{n} ds + \int_{V_c} \dot{Q}_r dV = \dot{Q}$, es el calor recibido por el fluido a través de las paredes o generado en su interior. Aplicando la ecuación de continuidad (se supone $\eta_v = 1$):

$$\left(h + \frac{1}{2} w^2 + gz - \frac{\Omega^2 r^2}{2} \right)_s - \left(h + \frac{1}{2} w^2 + gz - \frac{\Omega^2 r^2}{2} \right)_e = \frac{\dot{Q}}{\eta_v} \quad (6.9)$$

De manera análoga, la aplicación de la ecuación de la energía interna para flujo

incompresible conduce a:

$$e_s - e_e = \frac{\Phi_v + \dot{Q}}{\frac{G}{\eta_v}} \quad (6.10)$$

De modo análogo al sistema de referencia fijo, restando de la ecuación de la energía total, la de la energía interna, se obtiene la ecuación de la energía mecánica para un sistema de referencia móvil, siendo ($h = e + \frac{p}{\rho}$):

$$\left(\frac{p}{\rho} + \frac{1}{2} w^2 + gz - \frac{\Omega^2 r^2}{2} \right)_2 - \left(\frac{p}{\rho} + \frac{1}{2} w^2 + gz - \frac{\Omega^2 r^2}{2} \right)_1 = \frac{-\Phi_v}{\frac{G}{\eta_v}} \quad (6.11)$$

Resultado que suele conocerse como ecuación de Bernoulli generalizada en ejes relativos. Reordenando la ecuación anterior, y siendo $\Omega r = u$:

$$\left(\frac{p_2}{\rho g} + \frac{1}{2} \frac{w_2^2}{g} + z_2 - \frac{1}{2} \frac{u_2^2}{g} \right) - \Delta H_{r1 \rightarrow 2} = \frac{p_1}{\rho g} + \frac{1}{2} \frac{w_1^2}{g} + z_1 - \frac{1}{2} \frac{u_1^2}{g} \quad (6.12)$$

Torbellino irrotacional o potencial

Supóngase un orificio en el centro de un tanque. El fluido se pone en movimiento hacia el desagüe y la velocidad de las partículas es mayor cuanto menor es la distancia al centro. Las partículas siguen una ley hiperbólica tal que $rc_u = cte$ bajo las hipótesis de fluido incompresible y régimen irrotacional, ya que, por aplicación de la ecuación de conservación de momento cinético se tiene:

$$\int_{SC} \rho (\vec{r} \wedge \vec{c}) (\vec{c} \cdot \vec{n}) dS = 0 \rightarrow \int_{SC} \rho Q [r\vec{u}_r \wedge (c_r\vec{u}_r + c_u\vec{u}_u)] dS = 0 \rightarrow [rc_u]_e = [rc_u]_s \rightarrow rc_u = cte$$

No siempre el flujo saliente del distribuidor entra inmediatamente en el rodete. En muchas ocasiones existe un espacio libre. El agua sale del distribuidor con componente radial y tangencial y entra al rodete con componente axial y tangencial, lo que implica que mientras \vec{c}_x gira alrededor del eje a una $c_u(f(r))$ sin ejercer ninguna acción sobre el rodete, es decir, el momento del eje es nulo. Por consiguiente $c_{1u}r = c'_{1u}r'$ o lo que es lo mismo, cada partícula se mueve circunferencialmente con una c_u proporcional a $\frac{1}{r}$.

Bibliografía

- [1] Anthony Esposito. *Fluid power with applications: Tr. Aplicaciones de fluidos de potencia*. Prentice Hall, 1980.
- [2] Yunus A. Gengel and John M. Cimbala. *Fluid mechanics. Fundamentals and applications: Tr. Mecánica de Fluidos, fundamentos y aplicaciones*. 2006.
- [3] Paresh Girdar and Octo Moniz. *Centrifugal Pumps: Tr. Bombas centrífugas*. Elsevier, 2005.
- [4] Johann Friedrich Gülich. *Centrifugal Pumps: Tr. Bombas centrífugas*. 2008.
- [5] Michael T. Gracey. *High-pressure pumps: Tr. Bombas de alta presión*. 2006.
- [6] Karl-Heinrich Grote and Erick K. Antonsson. *Handbook of mechanical engineering: Tr. Manual de ingeniería mecánica*. Springer, 2008.
- [7] Antonio Crespo y Julio Hernández. *Problemas de Mecánica de Fluidos y Máquinas Hidráulicas*. 1996.
- [8] Jonh B. Heywood. *Internal combustion engines fundamentals: Tr. Fundamentos de los motores de combustión interna*. McGraw-Hill, 1989.
- [9] Igor J. Karassik, Joseph P. Messina, Paul Cooper, and Charles C. Heald. *Pump handbook: Tr. Manual de bombas*. McGraw-Hill, 2001.
- [10] Archibald Joseph Macintyre. *Máquinas motrices hidráulicas*. Guanabara Dois, 1983.
- [11] Claudio Mataix. *Turbomáquinas hidráulicas: Turbinas hidráulicas, bombas, ventiladores*. 1975.
- [12] Claudio Mataix. *Mecánica de fluidos y máquinas hidráulicas*. Ediciones del Castillo S.A., 1986.

- [13] Lev Nelik. *Centrifugal and rotary pumps. Fundamentals with applications: Tr. Bombas rotativas y centrífugas, fundamentos con aplicaciones.* CRC Press, 1999.
- [14] Ahmad Nourbakhsh, André B. Jaumotte, Charles Hirsch, and Hamideh B. Parizi. *Turbopumps and pumping systems: Tr. Turbobombas y sistemas de bombeo.* Springer, 2007.
- [15] Oscar Gonzalo Mallitasig Panchi. *Pequeñas centrales hidroeléctricas.* 2011.
- [16] Carl Pfeiderer. *Bombas centrífugas y turbocompresores.* 1960.
- [17] George F. Round. *Incompressible flow turbomachines: Tr. Turbomáquinas de flujo incompresible.* Elsevier, 2004.
- [18] Marcel Sédille. *Turbo-machines hydrauliques et thermiques: Tr. Turbomáquinas hidráulicas y térmicas.* Masson et Cie, 1970.
- [19] Alexey Joakim Stepanoff. *Centrifugal and axial flow pumps: Theory, design and application: Tr. Bombas de flujo axial y centrífugas: Teoría, diseño y aplicaciones.* Wiley, 1991.
- [20] Harry L. Steward and Floyd D. Jefferies. *Energía hidráulica y neumática industrial.* 1964.
- [21] José Roldán Viloria. *Energías renovables. Lo que hay que saber.* Paraninfo, 2013.
- [22] Frank. M. White, Tr. C. Paz Penín, A. Eiris Barca, and E. Suárez Porto. *Fluid Mechanics: Tr. Mecánica de fluidos.* McGraw-Hill, 2008.
- [23] George Friedrich Wislicenus. *Fluid mechanics of turbomachinery: Tr. Mecánica de fluidos de turbomáquinas.* Dover Publications, 1965.

Índice alfabético

A

Acoplamiento de bombas, 129
Acoplamiento en paralelo, 129
Acoplamiento en serie, 131
admisión parcial, 31
admisión total, 31
álabes, 29
Aliviaderos, 194
altura bruta, 77
altura manométrica, 78
altura neta, 77
altura teórica dinámica, 59
altura teórica estática, 59
anomalías, 132

B

Bernoulli, 57
bomba radial, 38
bombas centrífugas, 38

C

Camerer, 101
Cascada de álabes, 72
caudal de by-pass, 81
caudal de fugas, 81
caudal de recirculación, 81
cavitación, 133
Cavitación en bombas, 133
Cavitación en turbinas, 175
Cebado, 132
Centrales de agua embalsada, 186
Centrales de agua fluyente, 186

Centrales hidráulicas, 183
Chimeneas de equilibrio, 197
cierres de contacto, 82
coeficiente de compresibilidad, 22
coeficiente de disminución del trabajo,
70

D

desagüe de fondo, 200
Dientes de Rehbock, 195

E

Eck, 72
Ecuación de Euler, 30, 42, 49
Embalamiento, 159
embalamiento, 150
Embalse, 188
Ensayo elemental, 117
escala de peces, 201
Euler, 59

F

factor de disminución de trabajo, 65
Flujo axial, 38
Flujo cruzado, 40
Flujo diagonal, 40
Flujo radial, 37
Flujo tangencial, 40
Francis, 164

G

Golpe de ariete, 140

Grado de reacción, 59

K

Kaplan, 167

L

Leyes de funcionamiento, 87

Leyes de semejanza, 90

M

máquina de acción, 60

máquina de fluido, 21

máquina de reacción, 60

máquinas de desplazamiento positivo, 30

máquinas gravimétricas, 30

Máquinas hidráulicas, 22

Máquinas térmicas, 22

Máquinas Volumétricas, 23

Movimiento bidimensional, 66

movimiento relativo bidimensional, 67

N

número de revoluciones específico, 31

número infinito de álabes, 61

P

Paradoja de la teoría unidimensional, 66

Pelton, 149

pérdidas, 80

Pérdidas hidráulicas, 80, 171

pérdidas hidráulicas por choque, 80

Pérdidas interiores, 170

pérdidas mecánicas, 82

pérdidas por rozamiento de disco y ventilación, 82

Pérdidas volumétricas, 80, 171

Pfleiderer, 71

potencia efectiva, 84

Potencia en el eje, 85

potencia en el eje, 84

potencia interna, 84, 85

potencia neta, 83

Potencias, 83

Presa, 189

primera forma de la ecuación de Euler,
55

Punto de funcionamiento, 127

R

regulación de una bomba, 127

Rendimiento hidráulico, 85, 87

rendimiento interno, 86, 87

Rendimiento mecánico, 86, 87

rendimiento total de la turbina hidráulica,
86, 87

Rendimiento volumétrico, 86, 87

Rendimientos, 85

rendimientos, 80

rotor, 29

rozamiento de disco, 82

Rueda de álabes, 47

S

segunda forma de la ecuación de Euler,
55

Semejanza cinemática, 88

Semejanza dinámica, 88

Semejanza geométrica, 88

semejanza hidrodinámica restringida, 90

Stodola, 70

T

teorema de Euler, 53

Teoría ideal bidimensional, 66

Teoría ideal unidimensional, 61

Transitorios, 132

triángulo de velocidades, 32

Turbina Michell-Banki, 41

turbina Pelton, 83

Turbinas de acción, 149

Turbinas de reacción, 160

turbobomba, 103
Turbobombas axiales, 119
turbomáquinas hidráulicas, 29

V

velocidad absoluta, 33
velocidad de arrastre, 33
Velocidad específica, 95
velocidad relativa, 33
ventilación, pérdidas por, 83
ventiladores, 93

Servizo de Publicacións

Universidade de Vigo

